CLAVIS
LOGISTICÆ
VNIVERSÆ MATHESI
SERVIENTIS.

ÆGIDII FRANCISCI DE GOTTIGNIES

Bruxellensis è Societate IESV
In Collegio Romano
MATHESEOS PROFESSORIS

Vniuersæ Mathesi Seruientis

LOGISTICÆ CLAVIS

SIVE

Matheseos candidatis maximè vtiles notitiæ, atque studendi ordo : vt in scientifica Mathesi discenda, methodo nostræ Logisticæ: paruo tempore & labore, multum proficiant.

ROMÆ, M.DC.LXXIX.

Typis Nicolai Angeli Tinassij.

SVPERIORVM PERMISSV.

LECTORI STVDIOSO.

EX quo publici iuris facta est, noua, breuis, facilisque nostra methodus ad scientificam Mathesim conducens, quæ inscribitur Logistica: non paucis scripta nostra perlegentibus difficilis visa est: & tamen non nisi manifestæ experientiæ, suisque oculis & auribus denegando fidem, difficilem iudicare poterant methodum, quam tot ex meis auditoribus, etiam alijs studijs implicati, tam breui tempore atque exiguo labore assequebantur. Hinc natæ suspiciones variæ; atque inter reliquas (vt nonnulli aiebant) methodi à me propositæ reseruatam mihi clauem: quibus eam concederem, compendiosam facilemque viam patere ad profundam Matheseos intelligentiam: cæteris vero parum prodesse eamdem Methodum, nisi violento molestoque studio superarent non satis explanatas difficultates. Fateor quidem quod in ijs quæ de methodo nostra hactenus à me scripta prodierunt, secutus non fuerim ordinem qui foret necessarius, vt singula successiuè legendo pro vt à me proponuntur, à facilioribus ducatur exordium, atque paulatim ad difficiliora procedatur: meque alia plurima neglexisse quæ fuissent obseruanda, vt à Matheseos candidatis singula vtiliter legi possent eo ordine quo proponuntur. Etenim licet scriberem ad Matheseos candidatos, propositumque mihi esset facilem aditum aperire, non ad obuias aliquas cognitiones Mathematicas; sed ad intima, nobilissimæ huius scientiæ penetralia, vsque in hodiernum diem maximè abstrusa, & non aliter quam per immensos propemodum insuperabilesque circuitus accessibilia; tamen ob multas grauissimasque causas, neque volui, neque potui eiusmodi scribendi ordinem obseruare. Verum si in bibliothecis plerumque loculamento conueniant libri, qui classe non differunt, diuersaque

que

que loculamenta obtineant Theologi, Mathematici, Philosophi, Historici &c. atque hoc modo benè vtiliterque ordinentur bibliothecæ, siue librorum congeries: quare dicendi erunt parum vtiliter aut benè ordinati de nostra Logistica agentes libelli, cum in illis singula ad diuersas vt ità dicam classes spectantia, diuersa obtineant loculamenta? At inquies bibliothecæ indicem requirunt, indigetantem vbi inueniri possit quod quæritur; huiusmodi non tantum indicem, verum etiam pro Matheseos candidatis vtilem studiorum directorem exhibet præsens opusculum, inscriptum Logisticæ Clauis; ex quo intelligere poterunt certum, commodum, vtilemque studendi ordinem; quo à facilioribus ducendo exordium atque paulatim ad difficiliora properando, exiguo labore ac breui tempore peruenire possunt ad profundam minimèque vulgarem Matheseos intelligentiam: eam scilicet ad quam vastissima ac multa de scientijs Mathematicis scripta volumina euoluendo paucissimi tandem pertingunt. In quem tamen finem, iuxta nostram Methodum non requiritur vllus liber diuersus à quatuor opusculis agentibus de nostra Logistica, quorum vnum inscribitur Arithmetica introductio ad Logisticam, alterum à me appellatur Logistica, tertium dicitur Idea Logisticæ, quartum amplectitur Epistolas Mathematicas. Cætera de methodo nostra agentia opuscula hactenus non viderunt lucem, quamobrem Clauis Logisticæ tantum agit de quatuor hic nominatis; hæc licet & mole parua, & multitudine pauca sint, tamen sufficiunt ad facile acquirendam Matheseos intelligentiam quam existimo non vulgarem: immo solidius fundatam & magis latè patentem, quam vllã inuenerim ab aliquo vno eodẽq; authore propositã.

Logisticæ nostræ Clauis in quatuor capita diuiditur: in primo capite notantur aliqua vel circa ipsam Mathesim, vel circa eius obiectum, vel circa vniuersalis Logisticæ nostræ Methodum: quæ singula tyronibus scitu maximè vtilia videbantur, præsertim cum Logistica nostra contenta non sit arte aliqua Mathesi subordina-

ta,

ta,sed intendat docere scientiam huiusmodi artium Dominam ac Reginam, quæque tanto potiori iure præ cæteris omnibus meretur speciosum scientiæ titulum, quanto inter reliquas cognitiones eminent, quæ habentur per propriè dictas demonstrationes. In secundo capite propono nonnullas leges, quarum in discendo obseruantiam, reputo planè vtilem Matheseos candidatis. In tertio capite, enumero, atque paucis expono aliquot gradus, per quos à profunda Matheseos ignorantia, commodè peruenitur, ad eius intelligentiam vt iam dixi non vulgarem: proponendo prius in quo consistant, siue quid requirant singuli gradus: deinde indicando, quæ, aut paginæ aut capita legi debeant ex nostris libellis, vt superetur gradus propositus. In quarto capite obijciuntur atque soluuntur aliquot dubia siue quæsita, quorum notitiam existimo multum prodesse posse studiosis nostræ Logisticæ: tum ad profundiorem intelligentiam aliquorum quæ pertinent ad nostram methodum; tum etiam vt melius intelligant, in quibus cum vsitatis ab alijs methodis conueniat, vel ab his differat; quod qui ignorat, profectò sine temeritate statuere non potest, vtrum præ cæteris quæ hactenus extant, methodus nostra melius solidiusque fundata subsistat, magis ordinatè procedat, atque altius sese extollat: vel certè contra opinionem meam deficiat in his alijsque à quibus methodi æstimatio potissimum desumenda est. Quamobrem si alicui in Mathematicis versato videatur, magis speciosè quam verè à nobis dictum aliquid de nostra Logistica, eum rogatum velim, vt meminerit me agere de scientifica Mathesi: deinde prætermissis etiam si placet reliquis omnibus, attentius perlegat integrum libelli huius quartum caput, antequam contra me sententiam ferat.

IOAN-

IOANNES PAVLVS OLIVA

Præpositus Generalis Societatis Iesu.

CVM librum cui titulus, Clauis Logisticæ Authore P. Aegidio Francisco de Gottignies nostræ Societatis Sacerdote, aliquot eiusdem Societatis Theologi recognouerint, & in lucem edi posse probauerint, potestatem facimus vt typis mandetur, si ijs ad quos pertinet, ità videbitur, cuius rei gratia has litteras manu nostra subscriptas, solitoque sigillo munitas dedimus. Romæ 14. Ianuarij 1679.

Ioannes Paulus Oliua.

IMPRIMATVR,

Si videbitur Reuerendiss. P. Magist. Sacri Palatij Apost.

I. de Ang. Archiep. Vrb. Vicesg.

IMPRIMATVR,

Fr. Raymundus Capisuccus, Sacri Palatij Apostolici Mag. Ord. Præd.

CAPVT

CAPUT PRIMUM.

Proponuntur notæ aliquæ generales, ſpectantes ad Matheſim, vel eius obiectum, vel Logiſticæ noſtræ methodum.

Scientia quæ Matheſis dicitur, dominium habet ampliſſimum: etenim ipſi inſeruiunt quam plurimæ, nobiliſſimæque Artes, quæ ſingulæ, vt ità dicam, habent & domeſticos famulos, & ſubordinatas ſibi officinas non exiguo operariorum manualiumue numero inſtructas. Huiuſmodi Artes Mathematicæ ſcientiæ ſubordinatæ ſunt Exempli Gratia, Aſtronomica, Gnomonica, Geographica, Statica, Hydraulica, Nautica, Optica, Architectonica, aliæque quamplures. Ad Artes iſtas ſpectat in ſuis operationibus dirigere ſubordinatos manuales, atque curare, vt obſeruent leges artibus præſcriptas à Matheſi. Huiuſmodi leges condere, eaſque ex ſcientificis principijs legitimis diſcurſibus inferre, & legum cauſas intelligere: ſcientiæ Mathematicæ maximè propria occupatio eſt: quemadmodum ad artium munus ſpectat, à Matheſi præſcriptas leges percipere, illarumque exactam obſeruantiam curare, apud ſubordinatos manuales, atque operarios: præſcribendo quidem plebi infimæ, atque in officinis occupatæ in paranda ſuppellectile artium vſibus ſeruiente, modum, ſingula legitimè præparandi; domeſticos vero famulos dirigendo, in modo, & ordine adhibendi paratam ſupellectilem; adeo vt plebs infima, manuum laboribus tota occupetur, non quidem vtendis, ſed fabricandis armillaribus ſphæris, Aſtrolabijs, Quadrantibus &c. pro arte Aſtronomica. Globis, mappis deſcribendis pro arte Geographica. Rotis, trochleis, cochleis, efformandis pro Statica. Vaſis, canalibus, fiſtulis, concinnandis pro Hydraulica. Coloribus, ſpeculis, lentibus, parandis pro Optica: atque ità his alijſque artibus, vtenſilia ſiue

instrumenta præparando, ex quibus Arti necessaria vel vtilis supellex componitur. Præter hanc infimam plebem, quæ inter puros artifices numeratur, Artes habent nobiliores ministros atque domesticos famulos, occupatos in vsu paratæ supellectilis: hi præstant quidquid post fabricata instrumenta laboris requiritur, pro operationibus, obseruationibus, finibusque intentis ab Arte; Exempli Gratia siderum diametros, ab inuicem distantias, vel per cælum itinera obseruando pro Astronomica. Ciuitatum locorumque longitudines, latitudines, distantias inquirendo: aut ex fabricatis mappis, determinando itinera terrestria aut maritima, pro Geographica, vel Nautica. Ex fabricatis vasis, fistulisque, amænitati vel vtilitati seruientes fontes construendo pro Hydraulica. Ex paratis vectibus, rotulis, cochleis, componendo machinas quæ desideratas vires habeant: aut ea quà par est velocitate aut tarditate moueant, pro Statica. Coloribus adumbrando deformatas imagines, quæ ex desiderato situ appareant reformatæ: aut legitimo ordine modoque disponendo specula vel lentes, quæ parua obiecta in immensum aucta: vel remotiora obiecta veluti cominus cōspecta oculis exhibeāt pro Optica atq; hoc modo in vsu supellectilis, cuilibet arti propriæ eam operā conferre, quæ ad intentum finem necessaria est, pertinet ad domesticos artium ministros. Singulas vero subordinatorum sibi manualium operationes, solo suo imperio regere, atque ad propositos particulares fines dirigere: curando in omnibus exactam obseruantiam legum aut regularum præscriptarum à Mathesi: ipsarum Artium munus est maximè proprium. Mathesis, tota suauioribus contemplationibus speculationibusque intenta, ex suis principijs prius aliquas, ac deinde ex his iterum diuersas nouasque semper veritates inferendo, intellectum pascit: atque ex cognitis veritatibus deducendo leges artium moderatrices, maximum humano generi affert emolumentum. Qui insinuatis Matheseos contemplationibus occupantur à nobis dicuntur Mathematici speculatiui. Mathematicos practicos appellamus, qui artium Mathesi subordinatarum munere funguntur, siue immediatè per se, siue per alios operando, iuxta leges à Mathesi præscriptas, ad praxim reducant Matheseos speculationes, externis sensibus exhibendo verum esse quod Mathesis intelligendo atque discurrendo cognouit: aut consequendo finem ab arte intentum. Reliquum vulgus, non Mathematicos, sed Mathematicorum famulos, ministros, manuales, aut operarios dici posse arbitramur.

Specu-

Speculatiuæ Matheſeos ante omnia curam ſuſcipimus; hæc, non tantum verè ac propriè ſcientia eſt: ſed etiam inter naturales ſcientias omnes antiquiſſima, certiſſimaque, plurimarumque nobiliſſimarum vtiliſſimarumque artium domina eſt ac regina. Vt à profunda atque omnimoda huius ſcientiæ ignorantia, ad eius intelligentiam ſatis eminentem, ordinatè perueniatur: vtilis eſt, compendiata quidem, ſed tamen ſolida, & vt praxis ipſa abundè iam comprobauit, facilis methodus: quæ ſufficienter propoſita, atque declarata inuenitur in libellis noſtris quorum meminimus in Epiſtola ad lectorem; pro hac methodo imprimis cognoſcendum eſt Matheſeos obiectum; vt hæc cognitio habeatur, aduertendum, etiam apud alios Mathematicos in confeſſo eſſe, illam ſcientiam quæ Matheſis appellatur, pro obiecto habere atque conſiderare quantitatem abſtractam à materia ſenſibili: adeoque præter materiam externis ſenſibus perceptibilem, quam Phyſicam dicimus, agnoſcunt atque admittunt, materiam ſolo intellectu perceptibilem, quam appellamus materiam Logicam. Et vero ſi de indiuiduis non datur certa ſcientia: Matheſis, quæ inter cæteras naturales ſcientias omnium certiſſima eſt, circa indiuidua verſari non poteſt: quoniam vero externis ſenſibus percipi non poſſunt niſi ſola indiuidua, Mathematicæ ſcientiæ obiectum eſſe non poteſt quantitas indiuidualis, aut externo ſenſu perceptibilis. Non nego quidem prima naſcentis Matheſeos exordia à ſenſibus externis fuiſſe ſubminiſtrata: immo vero ſi Laertio alijſque hiſtoricis credendum eſt, Philoſophorum antiquiſſimus Pythagoras Samius, primus à materia ſenſibili Geometriam abſtraxit: adeo vt reliqui antiquiores Matheſeos cultores non alijs propemodum fundamentis vterentur, pro ſuis contemplationibus Mathematicis: quam quæ à ſenſibus externis ſubminiſtrabantur, circa res quantitate præditas; inter alia nonnulla principia, in Mathematicorum ſcholis vſque in hodiernum diem vſitata, rudiorem iſtam, atque naſcentem Matheſim redolere videtur, principium aſſerens inter ſe æqualia eſſe, quæ ſibi ſuperimpoſita congruunt: hinc quidquid alij de hoc principio ſentiant (apud quos vniuerſæ propemodum Geometriæ non vnica quidem, ſed prima, atque neceſſaria baſis eſt) à nobis non admittitur pro ſpeculatiua Matheſi: vt monemus pag.64. Ideę noſtræ Logiſticæ.

Iam vero, ſi illa ſcientia quæ Matheſis appellatur, tanquam proprium ſuum obiectum conſiderat quantitatem, nullo externo ſenſu, ſed ſolo intellectu perceptibilem: profecto ſine intelli-

gentia aut consideratione obiecti Matheseos, ipsius Matheseos intelligentiam consequi vellet, qui nollet contemplare entia, nullo sensu, sed solo intellectu perceptibilia: qualia sunt entia ab indiuidualibus distincta, nimirum generica, specifica, vniuersalia, quæ à parte rei non dantur, neque existunt, & tantum cognoscuntur per mentis operationes pertinentes ad Logicam, atque hoc ex capite à nobis non male dicuntur entia Logica. Hæc notare volui in gratiam eorum qui potius in mechanicorum manualiumue officinis, quam in Mathematicis scholis Mathesim edocti: conqueruntur de entibus solo intellectu perceptibilibus quæ considerantur in nostra Logistica: quasi vero dicendi forent Mathematici, hoc est periti illius scientiæ quæ Mathesis appellatur: qui Mathesi aliquem famulatum præstant: nullaque intercederet differentia, inter reginam & subditas, dominam & seruas.

His obiter, sed non superuacaneè prænotatis: vt intelligatur Matheseos obiectum, siue quid, aut quæ sit illa quantitas cuius proprietatibus contemplandis occupatur Mathesis: diligenter aduertendum, quod vox quantitas dupliciter intelligi possit: primò, vt significet præcisè illud a quo aliquid propriè magnum vel paruum dici potest; Secundò, vt significet præcisè illud, quod propriè magnum vel paruum dici potest: supponendo nihil propriè magnum vel paruum dici posse, nisi tripliciter: nimirum à magnitudine vel paruitate extensionis: aut certe à pluralitate vel paucitate terminationum in aliquo genere: vel à magnitudine vniuersali quæ tantum ad priores duas restringibilis est. In priori sensu intellecta quantitas à nobis appellatur quantitas abstracta: in posteriori sensu intellecta vox quantitas à nobis dicitur quantitas concreta, quę aliter citra æquiuocationis periculum dici potest quantum; adeo vt quantitas abstracta à quantitate concreta differat eo modo, quo differt albedo ab albo: durities à duro: fluiditas à fluido: dulcedo à dulci: extensio ab extenso &c. Igitur supposito quod vox discretio significet illud à quo aliquid sæpius, aut minus sæpe terminatum dici potest in aliquo genere: quodque vox magnitudo significet illud à quo aliquid propriè dici potest maius vel minus altero, siue ratione extensionis, siue ratione discretionis, altero maius aut minus dicatur: quantitas abstracta significabit illud idem quod significat vox magnitudo: nimirum illud à quo aliquid propriè dici potest maius vel minus altero, vel ipsi æquale: siue ratione extensionis, siue ratione discretionis altero maius dicatur, vel minus, vel ipsi æquale; concreta

creta vero quantitas significauit idem quod significat vox quantum: nimirum illud quod respectu facto ad aliud propriè magnum vel paruum dici potest vel ipsi æquale: siue ratione extensionis siue ratione discretionis magnum dicatur, vel paruum, vel ipsi æquale.

Obiectum quod contemplatur illa scientia quæ Mathesis dicitur, non est quantitas abstracta, sed quantitas concreta, siue quantum; atque hæc concreta quantitas passim apud Mathematicos exprimitur per vocem quantitas simpliciter positam sine vlteriori restrictione: adeo vt apud ipsos, voces quantitas, & quantum, nihil diuersum significent quando de specifica quantitate agitur, atque oppositum expresse non indicatur. Hunc loquendi vsum, vtpote iam communiter admissum, retinemus in nostra Logistica. Legatur pagina 82. & 83. Logisticæ.

Ex his satis constat, quid, & quæ sit illa quantitas cuius proprietatibus contemplandis occupatur Mathesis: atque eius obiectum non esse aliquod ens externis sensibus perceptibile, hoc est ens aliquod Physicum, vt nos loquimur: sed ens aliquod perceptibile solo intellectu, quæ entia à nobis dicuntur entia logica. Consequenter ad hunc loquendi modum Mathesim distinguendo in puram & mixtam, puram Mathesim dicimus illam scientiam quæ tota versatur in contemplandis proprietatibus illius quantitatis quam paulò antè diximus esse Matheseos obiectum: quemadmodum verò hæc quantitas nullo externo sensu perceptibilis est, ità circa ipsam nihil immediatè cognosci, siue percipi potest, aliquo externo sensu: ex quo fit, quod pura Mathesis nulla fundamenta siue principia mutuetur ab externorum sensuum experientia: sed in stabiliendis suis conclusionibus nulla alia adhibet principia, quam quæ intellectui à suo creatore infusum lumen reddit indubitata: quæque appellantur principia rigorosa, siue nota ex ipsis terminis; vel certe principia non rigorosa, quæ intellectus vera cognouit, non lumine naturæ, non legitimis discursibus tantum innixis principijs rigorosis, sed vt ità dicam experientia: quia huiusmodi assertiones supponendo, ex ipsis legitimè vera plurima, falsi nunquam aliquid inferre potuit. Mathesim mixtam, siue Physico-Mathematicam, appellamus illam scientiam, quæ tota versatur inferendis contemplandisque veritatibus quæ consequuntur, partim ex veritatibus ad puram Mathesim pertinentibus, partim ex veritatibus spectantibus ad puram Physicam: supposito quod per veritates ad puram Physicam spectantes illæ tantum intelligantur, quæ vel immediatè

diatè externorum sensuum experientia cognoscuntur, vel ex his inferuntur: adeo vt ad scientiam Physico-Mathematicam pertineant, omnes & solæ illæ veritates, quæ immediatè vel mediatè inferuntur, partim ex veritatibus ad puram Mathesim, partem ex veritatibus ad puram Physicam spectantibus; ex quo manifestum est, quod planè præpostero ordine ad Physico-Mathematicam procederetur, neglecta, aut pura Mathesi, aut pura Physica; non nego quidem inter naturales scientias nulli alteri aut præstantia, aut vtilitate, aut amænitate secundam esse Physico-Mathematicam: ex qua propemodum dependet totius mundi partiumue eius cognitio, atque singularum fere artium directrices regulæ deriuantur; immo apud me paruo in pretio est, quidquid ex pura Mathesi, aut pura Physica parum vtile est pro Physico-Mathematica; quoniam tamen sine solida Mathesi pura, planè vacillat Physico-Mathematica, ante omnia solicita est Logistica nostra, de solida Mathesi pura.

Logistica nostra exordium sumit à primis fundamentis scientiarum Mathematicarum, atque exposito commodo aliquo modo compendiatè scribendi, proponit quatuor praxes siue operationes, nimirum quantitatum Additionem, Subtractionem, Multiplicationem, & Diuisionem: deinde pergit ad principia Mathesi propria, modumque & ordinem instituendi discursus, atque adhibendi prædictas operationes; etenim præter hæc vix aliquid requiri existimamus ad solidam Matheseos notitiam assequendam: omnes enim cognitiones ad Mathesim pertinentes, vel esse principia, vel esse veritates quæ ex principijs consequuntur, manifestum est: quare ad solidam Mathesim consequendam nihil requiri potest, vltra principia quæ sufficiant ad inferendas conclusiones, & Methodum, siue modum sufficientem, vt ex principijs inferantur cæteræ conclusiones: & si Logistica nostra sufficienter exponat Methodum qua ex principijs reliquę Matheseos conclusiones inferri possunt (in quo præcipua difficultas sita est) ac præterea tradat principia, quæ ad inferendas conclusiones sufficiant: negari non poterit Logisticam nostram docere quidquid requiritur ad solidam numerisque omnibus absolutam Mathesim. In hac Logisticæ nostræ methodo, compendiatæ scriptiones, atque practicæ quatuor operationes, ità fere se habent: vt conceptuum compendiata repræsentatio per characteres, se habet in reliquis scientijs: etenim non sunt partes aliquæ constituentes Mathesim, sed aliqua requisita, atque vtilia, vt iuxtà methodum Logisticæ nostræ addiscatur Mathesis: quæ tota

constituc

consistit in intelligentia principiorum, conclusionumque, siue veritatum ex principijs dependentium: & cognitione modi quo ex principijs reliquæ conclusiones inferuntur. Vt melius intelligatur quid cum Mathesi commune habeant prædictæ quatuor operationes, prodesse posset reflexio 3. partis primæ cap. 4. Ideæ Logisticæ: ex qua non difficile erit intelligere, quare, nostro iudicio, omni ex parte absolutam perfectamque Mathesim possideat, quem nihil latet ex ijs quæ pertinent, tum ad prædictas quatuor operationes: tum ad methodum & ordinem eas adhibendi; atque vnusquisque tantum & non amplius in scientijs Mathematicis profecisse dicendus sit, quantum profecerit in intelligentia principiorum atque cognitione modi & ordinis vtiliter adhibendi prædictas operationes, ad consequendum propositum finem.

CAPVT SECVNDVM.

Proponuntur atque exponuntur leges nonnullæ, nostram methodum discentibus vtiles.

LEX PRIMA.

ANte expletum tyrocinium ne velint de doctrina iudicium ferre. Vbi verò iudicandi tempus aduenerit, statuant quod ratio dictat, non quod suadet apprehensio.

AD statuendum quid de Methodo aliqua sentiendum, quidue pro ipsa admittendum sit, aut reijciendum: vltra non mediocrem iudicij maturitatem, requiritur non leuis cognitio ipsius Methodi; hæc in tyrone supponere nihil aliud foret quàm cum intelligentibus ignorantes, cum doctoribus discentes confundere; quare monentur nostræ Logisticæ candidati, vt circa ea quæ ad Logisticam pertinent, iudicium suspendant, donec tyrocinij tempus expleuerint: atque peruenerint ad sufficientem notitiam methodi, quæ Logisticæ nostræ propria est. Expleto vero

tyrocinio

tyrocinio monentur, vt de hac nostra methodo, singulisque ad ipsam spectantibus statuant, quod dictat ratio, non quod suadet apprehensio; oppositum faceret, qui Exempli Gratia terminos intelligendo, non in sensu qui in definitionibus à nobis propositis declaratur, sed in sensu quem ipse sibi imaginatur, aut ex alijs nobiscum non sentientibus didicit, statueret de doctrina nostra: pro qua neque semper sufficit, neque semper admittitur terminorum expositio, quæ apud alios, etiam maximi nominis authores inuenitur; exemplum videri potest in dubio primo capite 4.

LEX SECVNDA.

Non absoluta, sed conditionata credulitas, vel in supponendo facilitas, initio summa sit: hæc paulatim, tantundem decrescat atque imminuatur, quantum crescit intelligendi peritia.

Nemo in Mathematicis versatus, ignorat, neque apud Euclidem, neque apud vllum alium authorem inueniri Matheseos elementa rigorosè demonstrata: siue stabilita legitimis discursibus in quibus nihil prorsus supponatur quod lumine naturæ, siue ex ipsa terminorum intelligentia immediatè non constet verum esse: qua de re videri potest reflexio 4. cap. 4. partis primæ Ideæ Logisticæ, & præterea dubium nonum capitis quarti hic. Præterea iuuat hoc loco notare satis manifestum esse quod in ea Mathesi nihil inueniri possit immediatè notum ex ipsis terminis, in qua termini non sufficienter exponuntur: iam vero vt cætera omittam, vix inuenies authorem, qui vel proponat, vel saltem ità proponat definitiones continuæ atque discretæ quantitatis, vt ex ipsis definitionibus percipi possit, quid sint, vel in quo inter se differant istæ quantitates: vel vtrum inueniatur discreta quantitas diuersa ab illa specie discretarum quantitatum, quæ apud nos constituitur à numeris vulgaribus. Similiter tam præclara est illa proportionis definitio, quæ ab Euclide, tradita passim in vsu est: vt ex ipsa ne quidem constet an verum vel falsum sit, proportionem esse quantitatem, & consequenter admittere proprietates quantitatibus omnibus communes, atque Exempli Gratia per additionem necessariò augeri; per subtractionem necesf-

neceſſario imminui: proportioneſque non minus per alias proportiones multiplicari aut diuidi poſſe, quam numeri aut aliæ quantitates &c. Iam vero ſi apud alios Mathematicos inueniatur tanta penuria rigoroſorum principiorum, & tamen reliqua principia à rigoroſis diuerſa potius dicenda ſint credi, quam ſciri: nihil noui requirit hæc ſecunda lex noſtra, exigendo facilitatem in credendo; immò minorem credulitatem exigit quam ab alijs pleriſque Mathematicis requiratur; quandoquidem eam tantum exigat à tyronibus necdum capacibus de Mathematicis doctrinis iudicium ferre: neque tamen ab his exigat aſſenſum abſolutum, ſed tantum conditionatum, ac talem, quo pro tyrociuij tempore vt legitimas & veras, ſed tamen poſtea accuratius examinandas admittant, definitiones, aſſertioneſque à me propoſitas. Qui (vt ſubinde ab alijs fieri intellexi) oppoſitum tyronibus præſcriberet, ac vellet, vt in diſcendo nihil admitterent quod non legitime probatum conſtaret: atque deinde non pateretur reuocari in dubium quæ ſemel admiſſa ſunt vt vera, profecto docendi methodum aſſumeret, commodiſſimam ad decipiendum; quandoquidem nihil facilius ſit quam tyronibus incerta pro certis vendere. Quid prima fronte certius atque magis indubitatum, quam omne totum ſua parte maius eſſe: quam multas tamen iſta propoſitio reſtrictiones requirat, vt admitti poſſit inter axiomata rigoroſa, videri poteſt pag. 63. Ideę Logiſticę; non nego quidem quod veriſſima ſit, atque per ſe nota in eo ſenſu in quo debet intelligi, & vt ſuppono ab alijs Mathematicis intelligitur: hunc tamen ſenſum non inuenio declaratum apud ſcriptores Elementorum: quod hunc ſenſum per ſeipſos aſſequi poſſint tyrones, mihi ſaltem probabile non videtur. Denique ſi quod ſemel admiſſum eſt inter certa, vlteriori poſtea examini ſubijcere, atque in dubium reuocare non liceret; tantum conceſſum foret in Mathematicis veluti manibus palpando, non acutioribus oculis indagando examinare veritatem: tyronibus enim ad ſummum perceptibiles ſunt errores magis palpabiles; non vero illi, qui licet ſubinde non ſint minus noxij, tamen non percipiuntur niſi expertis acutioribuſque mentis oculis, quales in tyronibus inueniri non poſſunt.

LEX TERTIA.

TErminorum exacta intelligentia, tunc tantum diligenter curanda, quando vsus id postulat.

TAmetsi apud alios Matheseos scriptores, minus quam nos laborantes de exacta intelligentia terminorum, satis vsitatum sit, initio atque successiue breuiter proponere definitiones: tamen hunc scribendi modum, neque volui, neque potui retinere: quandoquidem methodus nostra exigat, non leuem aliquam, sed maxime exactam terminorum expositionem: proindeque magis expedire videbatur, eo loco exponere terminos, vbi vsus occurrit: & quo loco singuli expositi inueniantur notare in indice: vt consulendo indicem commode inueniri possit desiderata expositio termini, siue vocis, cuius intelligentia requiritur; quod ideo etiam faciendum putaui, ne superfluo labore ab ipso statim initio putentur discendi singuli termini: sed vtantur indicibus appositis nostris opusculis, quemadmodum latinæ linguæ studiosi vtuntur suo Calepino: quem sciunt non statim aut successiue memoriæ mandandum esse, sed tunc adhibendum atque consulendum, quando de alicuius vocis significatione dubium occurrit.

LEX QVARTA.

PRius tyrones curent rudiorem intelligentiam & vsum nostræ methodi: deinde inchoatum opus paulatim perficiendo, pergant ad elegantiora atque magis difficilia.

HAnc legem obseruabit, qui perlectis quæ capite primo breuiter notauimus circa nostram methodum, obseruabit studendi ordinem in subsequentibus gradibus præscriptum: ità vt ad vlteriorem gradum non procedat, nisi anterioribus superatis; cæterum quod hac lege præscribitur: passim obseruari à pictoribus, sculptoribus, Architectis, atque ab ipsa etiam natura, nemo vt opinor est qui ignorat.

CAPVT

CAPVT TERTIVM.

Proponuntur atque declarantur aliquot gradus, per quos, à profunda Matheſeos ignorantia, ad eius ſatis eminentem intelligentiam, commodè aſcenditur.

PRimus gradus, conſiſtit in notitia practica Arithmeticæ vulgaris; quæ vltra quatuor operationes, nimirum Additionem, Subtractionem, Multiplicationem, & Diuiſionem, amplectitur regulam auream. **I.**

VT hic gradus commode ſuperetur: primo diſcendus eſt modus legendi, & ſcribendi numeros vulgares, qui traditur cap. 1. Arithmeticæ introductionis ad Logiſticam. Deinde modus inſtituendi Additionem, Subtractionem, Multiplicationem, & Diuiſionem circa numeros vulgares integros, vt docetur cap. 2, 3, 4, & 5 Arithmeticæ introductionis ad Logiſticam; ex pluribus tamen praxibus inſtituendi Multiplicationem aut Diuiſionem, quæ prædicto cap. 4. & 5. traduntur, vna ſufficit: atque cæteris præferenda, non quæ commodius diſcitur, ſed quæ magis commoda eſt pro vſu practico. Tertio addiſcenda eſt regula aurea, quæ traditur capite 8. Arithmeticæ introductionis ad Logiſticam; vbi proponitur, vnica, atque magis vſitata praxis inſtituendi regulam auream; plures aliæ inueniuntur pagina 119. eiuſdem Arithmeticæ introductionis. Quarto diſcendus modus practicus inſtituendi prædictas quatuor operationes circa numeros vulgares fractos, de quo agitur capite 7. Arithmeticæ introductionis ad Logiſticam. Denique notandum eſt diligenter quod moneo pagina 57. & 58. Arithmeticæ introductionis ad Logiſticam, nimirum regulam auream eſſe praxim, qua, datis tribus

numeris inuenitur quartus proportionalis: & quomodo per multiplicationem examinari possit an quatuor numeri sint proportionales, vel non sint proportionales. Licet verò hic moneam diligenter curandum vt sciatur quomodo practicè inueniri possit, ac certo statui, an propositi quatuor numeri sint proportionales, vel nō sint proportionales: non ideo tamen necessarium est, vt speculatiuè sciatur, siue intelligatur, quid sit proportio, vel quid sit quatuor numeros esse proportionales.

II. SEcundus gradus, consistit in notitia practica quatuor operationum, institutarum circa quaslibet quantitates repræsentatas scriptione Logistica.

PRo hoc secundo gradu prius discendum est, quid significent singuli characteres quos commoditatis gratia assumimus pro nostra Logistica; hoc docetur cap. 1. lib. 1. nostræ Logisticæ. Secundò, discendus modus practicus instituendi operationes vniuersales, qui traditur cap. 2. lib. 1. nostræ Logisticæ: & totus consistit in modo, siue ordine scribendi, datas, atque scriptionibus Logisticis compendiatè repræsentatas, quantitates.

Nota primò. Inter discendum quæ hic diximus ad secundum gradum spectare, si aliquam molestiam creent, illa in quibus agitur de numeris radicalibus, siue scriptiones quæ legi non possunt nisi adhibendo vocem Radix: possunt liberrimè negligi à tyronibus, & tantum disci post superatum gradum septimum.

Nota secundo. Si placeat intelligere significationem signorum † & —, legi potest secunda pars appendicis lib. 2. Logisticæ, siue pag. 90, & sequentes.

Nota tertio. Si inter legendum occurrat vox cuius significatio non sufficienter intelligatur, neque satis exponatur in Calepino à Grammaticis vsitato, aut diuersam apud nos significationem habeat, vt accidit vocibus *plus* & *minus*: consulendó indicem positum ad calcem lib. 2. Logisticæ, vel in fine ideæ Logisticæ, inuenietur indicatus locus, in quo exponitur vox cuius significatio desideratur.

III. TErtius gradus consistit, in remedijs immediatè conducentibus, & magis necessarijs, vt ex operationibus vniuersalibus orta producta longiora contrahantur, atque breuiori, & pro Logistica vtili scriptione exprimantur.

PRo hoc gradu requirimus pauca, ſed maximè neceſſaria problemata aliqua, quorum vſus frequentiſſimus eſt in noſtra Logiſtica: nimirum problema primum, tertium & quintum cap.3. lib.1. Logiſticæ. In primo citato problemate, docetur modus inueniendi vnum membrum, æquiualens duobus membris diuerſis, atque connexis ſigno + vel ſigno −: quando membra illa ſimilia ſunt, ſiue conſiderata independenter à ſuis ſignis, ſpecie non differunt inter ſe. Reliqua duo citata problemata, pro aliquibus caſibus, docent modum inueniendi vnum membrum, quod æquiualeat duobus membris, particula *in* vel particula *per* connexis. Cætera eiuſdem capitis tertij problemata, ſeruiunt quidem ad finem in hoc tertio gradu propoſitum: differri tamen poſſunt ad alium gradum in quo moneo ſingula legenda eſſe, ſi non videantur intellectu facilia, aut ſuperflua; cum enim in problemate 2, 4, & 6 tantum præſcribatur ſucceſſiuus, atque iteratus vſus, primi, vel tertij, vel quinti problematis: aliquibus, his intellectis, illa videntur ſuperflua, tametſi alijs videantur vtilia ſaltem pro tyronibus. Problema 7. agit de numeris radicalibus, adeoque pro hoc gradu omittendum: quandoquidem in gradibus præcedentibus præſcriptum fuerit omittere ſingula quæ pertinent ad numeros radicales, ſuo tempore conſiderandos.

IV.

QVartus gradus, amplectitur varios modos, quibus ex vna æquatione, infertur altera æquatio; & præterea modum reſoluendi æquationes ſimplices, conſiſtentes inter duas quantitates abſolutas, quarum altera cognita ſit.

EX varijs modis pro hoc gradu requiſitis, atque vtilibus, vt ex vna æquatione alteram inferendo, tranſeatur ab æquatione minus commoda vel vtili, ad aliam commodiorem vel vtiliorem.

Primus modus ſit, qui docetur cap. 4. lib. 1. Logiſticæ: vel certe reſultat ex Antitheſi & requiſitis pro tertio gradu; pro quo prius diſcenda Antitheſis. Deinde reflectendum, quomodo mediante Antitheſi & ijs quæ ſpectant ad præcedentem gradum, facile contrahi poſſint plurimæ æquationes longiores; Exemp. Gr. prius in propoſita longiori æquatione, pro ſingulis membris particula *in* vel *per* connexis ſubſtituendo membra ſimplicia prioribus æquiualentia, atque inuenta per problema tertium,

vel

vel quintum cap. 3. lib. primi Logisticæ. Deinde per Antithesim singula membra similia, hoc est quæ independenter à signis suis, specie conueniunt, transferendo ad eamdem æquationis partem. Denique pro membris similibus signis + vel — connexis substituendo vnum membrum ipsis æquiualens, atque inuentum per problema primum cap. 3. lib. 1. Logisticæ. Exempla huius modi contrahendi æquationes longiores recurrunt propemodum in singulis solutionibus problematum propositorum in libro secundo Logisticæ: neque vllam habet difficultatem, suppositis requisitis pro præcedenti gradu,& Antithesi,quam hic monuimus prius discendam esse. Hic modus contrahendi longiores æquationes continetur problemate primo cap. 5. lib. 1. Logisticæ,quod tamen problema citare nolui pro hoc gradu, quia amplius aliquid proponit, atque etiam agit de numeris radicalibus, quorum considerationem differimus ad octauum gradum.

Secundus modus fit, qui docetur problemate 2. cap. 5. lib. 1. Logisticæ: quod problema vtile est, vt in aliquibus circumstantijs, ex æquatione consistente inter solos numeros denominatos, siue incognitas quantitates: inferatur, æquatio, consistens inter numeros denominatos & vulgares, siue quantitates incognitas & quantitates cognitas.

Tertius modus fit, qui docetur theor. 4. cap. 8. lib. 1. Logisticæ, siue potius in axiomate 3. pag. 99. Ideæ Logisticæ (vtrobique enim eadem veritas proponitur, quæ tamen iuxta aliorum de proportionibus doctrinam, etiam prius à nobis adhibitam, & suppositam in lib. 1. Logisticæ, dici debet, theorema: verùm iuxta nobis propriam doctrinam, traditam in parte 4. Ideæ Logisticæ, est verissimum atque rigorosum axioma) hic modus vtilis est, vt ex æquatione consistente inter duas proportiones, inferatur æquatio consistens inter duas quantitates absolutas, siue diuersas à proportionibus: aut viciſſim, vt ex æquatione consistente inter aliquas quantitates absolutas, siue diuersas à proportionibus, inferatur æquatio consistens inter duas proportiones. Exempli Gratia, iuxta hunc modum supposito quod 14 *ad* 4 = 21 *ad* 6 quæ æquatio consistit inter proportiones: legitime infertur, ergo 14 *in* 6 = 4 *in* 21: quæ æquatio consistit inter quantitates absolutas, siue diuersas à proportionibus; & viciſſim, supposito quod 14 *in* 6 = 4 *in* 21: quæ æquatio consistit inter quantitates absolutas, legitime infertur, ergo 14 *ad* 4 = 21 *ad* 6: quæ æquatio consistit inter proportiones.

Quartus

Quartus modus fit, quo ex æquatione, in cuius vna vel vtraque parte inuenitur fractio, fiue vna quantitas per aliam diuisa: infertur æquatio, in cuius nulla parte inuenitur fractio, fiue quantitas per aliam diuisa. Exempli Gratia supposito quod A = C *per* D, in cuius æquationis vna parte inuenitur fractio, legitime infertur, ergo A *in* D = C, in cuius æquationis nulla parte inuenitur fractio. Similiter supposito quod A *per* B = C *per* D, quæ est æquatio in cuius vtraque parte inuenitur fractio, legitimè infertur, ergo A *in* D = B *in* C, quæ est æquatio in cuius nulla parte inuenitur fractio. Ex his duabus illationibus, prior feparatim docetur prob. 4. cap. 5. lib. 1. Logifticæ; fecunda verò illatio fatis immediatè conftat ex veritate afferta, tam in theor. 4. cap. 8. lib. 1. Logifticæ, quam in axiomate 3. pag. 99. ideæ Logifticæ, fuppofito quod fciatur, quod quoties A *per* B = C *per* D, etiam neceffario A *ad* B = C *ad* D.

Quintus modus fit, qui docetur tum in axiomate 8. cap. 8. lib. 1. Logifticæ; tum etiam in theoremate 5. partis 4. ideæ Logifticæ; hic modus vtilis eft, vt ex vna æquatione confiftente inter duas proportiones, inferatur alia æquatio etiam confiftens inter duas proportiones; quod docetur quatuor diuerfis modis variando terminos proportionum æqualium; & primo quidem, inuertendo dictos terminos: fic vt finguli qui prius fuerant antecedentes, fiant confequentes: & finguli qui fuerant confequentes fiant antecedentes; atque ità fuppofito quod A *ad* B = C *ad* D, inuertendo legitimè fequitur, ergo B *ad* A = D *ad* C. Secundo permutando dictos terminos, fic vt vnus qui prius fuerat confequens fiat antecedens: & vnus qui fuerat antecedens fiat confequens. Exempli Gratia, fuppofito quod A *ad* B = C *ad* D, permutando fequitur, ergo A *ad* C = B *ad* D. Tertiò componendo, fiue potius addendo dictos terminos: fingulos fcilicet antecedentes fingulis confequentibus, ità vt aggregata ex additione producta, fiant antecedentes, vel confequentes termini. Exempli Gratia, fuppofito quod A *ad* B = C *ad* D, componendo legitimè fequitur, quod A † B *ad* B = C † D *ad* D: & infuper, quod A *ad* A † B = C *ad* C † D. Quarto diuidendo, fiue potius fubtrahendo dictos terminos: ità vt differentiæ antecedentium & confequentium terminorum, fiant, vel antecedentes, vel confequentes termini. Exempli Gratia, fuppofito quod A *ad* B = C *ad* D, diuidendo fequitur, quod A − B *ad* B = C − D *ad* D: & præterea quod A *ad* A − B = C *ad* C − D.

Poftremum ex ijs quæ ad hunc gradum fpectant, fiue refolutio

tio

tio æquationum simplicium proponitur cap. 7. lib. 1. logisticæ: pro qua vix alind requiritur quam vsus regulæ aureæ, spectantis ad primum gradum.

Nota quod pro hoc gradu requiramus quidem praxes aliquas ex proportionum doctrina deriuatas, non tamen praxium fundamenta, siue proportionum doctrinam: quoniam tamen in aliquibus ex his praxibus agitur de proportionibus, æqualibus inter se, sufficit hic aduertere, tunc verum esse quod A *ad* B = C *ad* D, quando A *in* D = B *in* C: an verò A *in* D = B *in* C, sine difficultate cognoscitur, quoties singulæ quantitates A, B, C, D, cognitæ sunt; quoties verò singulæ istæ quantitates, siue proportionum termini cogniti non sunt, non aliter quam ex ipsa hypothesi; vel per illationem ex hypothesi legitimè deductam cognosci potest, vtrum A *ad* B = C *ad* D.

V. Quintum gradum statuimus in mediocri intelligentia, & vsu, regulæ Logisticæ: quæ proponitur cap. 9. libri primi Logisticæ.

Nota, præcedentes gradus omnes esse purè practicos, adeo vt pro ipsis nulla vllius scientiæ fundamenta, à Logica vel Dialectica subministrata requirantur: hic verò præsuppositis praxibus spectantibus ad anteriores gradus, inchoatur methodus instituendi discursus in forma syllogistica: vt ex circumstantijs cognitis in problemate legitimè proposito, inferatur eius solutio: atque ad hunc finem maxime vtilia aliqua præcepta, ordinemque discursus instituendi: continet regula Logisticæ.

Vt hic gradus commodè saperetur: primò aduertendum ad singula præcepta, quæ in ipsa regula proponuntur; deinde in exemplo regulæ apposito considerandum, quomodo regulæ præcepta obseruando, ex ijs quæ supponuntur cognita legitimo discursu inferatur problematis solutio; neque curandum quod problema difficile non sit, aut aliter solui possit: etenim pro regulæ declaratione, facile exemplum requirebatur; quodque aliter solui possit, nihil impedit aut imminuit, eius vtilitatem pro regulæ declaratione. Tertio, ad pleniorem intelligentiam regulæ Logisticæ; vtile foret legere reflexionem sextam pag. 91. Arithmeticæ introductionis ad Logisticam. Quartò, ad acquirendum vsum practicum regulæ Logisticæ qui pro hoc gradu sufficiat: vtile est prius in problematibus capitis primi lib. 2. Logisticæ, vltimo prætermisso, obseruare, quomodo iuxta regulæ præscripta inferatur solutio; deinde problematum simplices ti-

tulos defcribendo, proprio marte tentare illationem folutionis, iuxtà regulæ præfcripta: non tamen confulendo folutionem problemati appofitam, nifi quando non fuccedit tentatus difcurfus.

Nota primo. Ne in tentanda proprio marte folutione alicuius problematis libri fecundi vt iam diximus, nimium, iuuet felicior memoria, atque exercitij huius fructum impediat: vtile eft, in titulo problematis qui defcribitur, fimpliciter mutare litteras repræfentantes numeros incognitos; præterea in difcurfu quo folutio infertur nihil (quod ex vi formæ fyllogifticæ non fequitur) inferre, vel affumere, prætermiffa citatione, vel capitis, vel problematis, ex quo conftet legitime fequi vel affumi, quod infertur, vel affumitur, fic enim melius difcuntur, & altius inhærent fingulæ praxes, fpectantes ad anteriores gradus. Vt in exemplo melius intelligantur quæ hic vltimo loco notaui: mutatis litteris numeros indeterminatos fignificantibus, appono hic problema fecundum cap. 1. lib. 2. Logifticæ: atque eius folutioni, addo citationes de quibus hic egimus.

Problema.

Differentia duorum numerorum C & D fit 12, & ratio minoris numeri C, ad maiorem D, fit 2 *ad* 3.

Oporteat inuenire numeros C & D.

Solutio. Quoniam per hypothefim minor numerus eft 1 C 1, ex ipfa hypothefi patet, D = 1 C 1 † 12: igitur per hypothefim, 1 C 1 *ad* 1 C 1 † 12 = 2 *ad* 3: ergo per theorema 4 cap. 8. lib. 1. Logifticæ, 1 C 1 *in* 3 = 1 C 1 † 12 *in* 2: fed per problema 3. cap. 3. lib. 1. Logifticæ, 1 C 1 *in* 3 = 3 C 1, & præterea per idem problema 1 C 1 † 12 *in* 2 = 2 C 1 † 24; ergo, 3 C 1 = 2 C 1 † 24: ergo per antithefim, 3 C 1 − 2 C 1 = 24: fed per prob. 1. cap. 3. lib. 1. 3 C 1 − 2 C 1 = 1 C 1: ergo 1 C 1 = 24: ergo per hypothefim minor numerus C, eft 24: ergo per hypothefim maior numerus D = 24 † 12 = 36. igitur minor numerus C, eft 24: & maior numerus D, eft 36.

Si pro fimili exercitio placent alia, atque paulo difficiliora problemata: talia inuenies capite 2. lib. 2. Logifticæ: & in parte feptima ideæ Logifticæ: pro his tamen requiritur notitia aliquarum praxium fpectantium ad tres gradus proximè fubfequentes.

VI. SExtum gradum statuimus, in modo, siue praxi, examinandi vtrum in casibus particularibus vera sint theoremata vniuersalia, quæ proponuntur in appendice lib. 2. Logisticæ.

VT hic gradus superetur prius discendum problema primum, & quartum, cap. 6. lib. 1. Logisticæ. Deinde assumendo pro libitu numeros vulgares, qui significentur per litteras in theoremate adhibitas (quique tales sint quales requiruntur in hypothesi) inueniatur valor vtriusque partis æquationis quæ asseritur: vt sic constet, an vtramque partem æquationis exponendo, habeantur numeri inter se æquales: adeoque verum sit, quod in theoremate asseritur: Exempli Gratia in primo theoremate agitur de quibuscunque duobus numeris A & B, & dicitur in prima assertione semper verum esse, quod A 2 † B 2 & † A *in* 2 B = A † B *q*; itaque supponendo quod singulæ litteræ A & B, significent singulos numeros vulgares, qualescunque illi sint: atque Exempli Gratia quod A = 2, & quod B = 3: inuenies primo quod A 2 = 4, deinde quod B 2 = 9, tertiò quod A *in* 2 B = 12: & consequenter A 2 † B 2 *et* † A *in* 2 B = 4 † 9 † 12 = 25. Rursus manente eadem hypothesi circa valorem litterarum A & B, inuenies, quod A † B = 5: atque adeo A † B *q* = 25: hinc constat vtriusque partis æquationis propositæ, valorem esse 25: & consequenter in hac particulari, atque assumpta hypothesi, verum esse, quod in theoremate asseritur vniuersaliter verum esse, qualescunque sint numeri A & B. Simili modo in casibus particularibus examinare posse an verum sit aliquod theorema appendicis, est illud, quod requirimus pro hoc gradu.

VII. SEptimus gradus est, ex problematibus particularibus eruere vniuersalia, atque ex his deducere theoremata vniuersalia.

VT hic gradus commodè superetur, primò conferendum problema pag. 62. Logisticæ propositum, cum problemate 1. quod habetur pag. 87. Logisticæ; primum problema particulare est, atque restrictum ad certos determinatosque numeros: alterum vniuersale est, atque indeterminate agit de quibuscunque numeris: & licet ob istam vniuersalitatem longe præstantius sit, tamen eadem propemodum facilitate soluitur. Ex hoc Exemplo satis patet, quæ differentia intercedat, inter problema particulare & vniuersale; siue in proponendo, siue in soluendo problemate,

blemate, quare reliquum eft, vt hoc exemplum imitando reliqua cap. 1. libri fecundi problemata particularia, vniuerfaliter proponendo atque foluendo, difcant particularia problemata conuertere in vniuerfalia; vbi faltem initio confultum eft, in reliquis problematibus, numeris vulgaribus expreffam proportionem non variare, aut vniuerfaliter proponere. Denique quomodo ex vniuerfali problemate vniuerfale theorema deducatur, fatis videtur patere ex exemplo propofito pag. 89. lib. 1. Logifticæ, vbi notatur theorema vniuerfale, deductum ex problemate vniuerfali, quod habetur pag. 87. Logifticæ.

Pro faciliori intelligentia atque exemplo, eius quod hic dictum eft, de modo, quo ex particulari problemate, eruitur problema vniuerfale: fiue proportio relinquatur particularis, atque vulgaribus numeris expreffa, & confequenter non fiat maxime vniuerfale: fiue etiam ipfa proportio reddatur vniuerfalis, atque adeo problema fiat maxime vniuerfale; vtilia erunt tria fubfequentia problemata. Primum eft particulare, atque illud idem quod fecundo loco proponitur in capite primo lib. 2. Logifticæ. Secundum non differt à primo, nifi quod vniuerfalius proponatur, feruata tamen proportione particulari, atque expreffa numeris vulgaribus. Tertium non differt à primo, vel fecundo, nifi quod maxime vniuerfale fit, ità vt etiam ipfa proportio fit vniuerfalis, fiue quæcunque.

Problema I.

Differentia duorum numerorum X & Z, fit 12: atque X *ad* Z = 2 *ad* 3.

Oportet inuenire fingulos numeros X & Z.

Solutio. Per hypothefim X † 12 = Z: fed etiam per hypothefim X *ad* Z = 2 *ad* 3: ergo X *ad* X † 12 = 2 *ad* 3: ergo per axioma 3. cap. partis 4. Ideæ Logifticæ, X *in* 3 = X † 12 *in* 2: ergo per prob. 3. cap. 3. lib. 1. Logifticæ, 3 X = 2 X † 24: ergo per antithefim, 3 X − 2 X = 24: ergo per prob. 1. cap. 3. lib. 1. Logifticæ, X = 24: fed per hypothefim X † 12 = Z: ergo Z = 24 † 12 = 36. Igitur numerus X eft 24; & numerus Z eft 36.

Problema II.

Differentia duarum quantitatum X & Z, sit F : atque X *ad* Z = 2 *ad* 3. Denique cognita sit quantitas F.

Oporteat inuenire singulas quantitates X & Z.

Solutio. Per hypothesim X † F = Z : sed etiam per hypothesim X *ad* Z = 2 *ad* 3 : ergo X *ad* X † F = 2 *ad* 3 : ergo per axioma 3. cap. 2. partis 4. Ideæ Logisticæ, X *in* 3 = X *in* 2 *et* † F *in* 2: ergo per probl. 3. cap. 3. lib. 1. Logisticæ, 3 X = 2 X † 2 F: ergo per antithesim 3 X – 2 X = 2 F: ergo per prob. 1. cap. 3. lib. 1. Logisticæ, X = 2 F: sed per hypothesim, X † F = Z: ergo etiam Z = 2 F † F = 3 F. Igitur X = 2 F: & Z = 3 F; hoc est duas quantitates cognitas F, simul addendo habetur quantitas X; & tres quantitates cognitas F, simul addendo, habetur quantitas Z.

Problema III.

Differentia duarum quantitatum X & Z sit F: atque X *ad* Z = 6 *ad* B. Deniq; cognitæ sint singulæ quantitates F, &, B.

Oporteat inuenire singulas quantitates X & Z.

Solutio. Per hypothesim X † F = Z : sed etiam per hypothesim X *ad* Z = 6 *ad* B : ergo X *ad* X † F = 6 *ad* B : ergo per axioma 3. cap. 2. partis 4. Ideæ Logisticæ, X *in* B = X *in* 6 *et* † F *in* 6 : ergo per antithesim, X *in* B *et* – X *in* 6 = F *in* 6 : sed X *in* B *et* – X *in* 6 = X *in* B – 6 : ergo X *in* B – 6 = F *in* 6 : ergo per prob. 4. cap 5. lib. 1. Logisticæ, X = $\frac{F \text{ in } 6}{B-6}$. Igitur prius F ducendo in 6, atque hoc productum diuidendo per B – 6, habetur quantitas X : atque hoc modo inuentæ quantitati X, addendo cognitam quantitatem F, habetur quantitas Z. Exempli Gratia supposito casu primi problematis, in quo F = 12: item 2 *ad* 3 = 6 *ad* B, adeoque B = 9 : patet, $\frac{F \text{ in } 6}{B-6}$ = $\frac{12 \text{ in } 6}{9-6}$ = 24: quare X = 24; & Z = 36; atque hæc vniuersalis solutio, consona est particulari solutioni allatæ in primo problemate.

VIII. Octauus gradus, consistit in modo, siue praxi, inueniendi cuiusuis vulgaris numeri radicem quam-

quamlibet, aut veram, aut veræ radici proximam, fi veram radicem non habeat.

PRo hoc gradu, primò fciendum quid fignificet, radix prima, vel fecunda, vel tertia &c. alicuius numeri: quod breuiter exponitur in definitione XII. pag. 41. Logifticæ; iuxta hanc definitionem. Exempli Gratia, numeri 64 radix prima, eft 8: quia numerus 8 femel ductus in feipfum producit 64; fimiliter numeri 64 radix fecunda, eft numerus 4: quia numerus 4 bis ductus in feipfum, producit 64; etenim numerus 4 femel ductus in feipfum, producit 16: deinde numerus 16 iterum ductus in numerum 4, producit 64: adeoque numerus 4 bis ductus in feipfum producit 64. Secundò, legendo prius quod pag. 7. Logifticæ breuiter dicitur de modo legendi fcriptionem Logifticam indicantem numerum radicalem, procedendum ad difcendam praxim inueniendi quamlibet radicem proximam cuiufuis propofiti vulgaris numeri: quæ praxis fatis fusè proponitur, atque in exemplis declaratur in appendice lib. 1. Logifticæ.

Nota. Si placet fcire modum fiue praxim componendi formulas quibus in prædicta appendice vtimur pro radicum inuentione, confulatur epiftola 4. lib. 1. epiftolarum Mathematicarum.

NOnus gradus à nobis ftatuitur, in fufficienti notitia eorum quæ complectimur, primo & fecundo libro noftræ Logifticæ. IX.

PRo hoc gradu, à capite refumenda Logiftica, leuiter quidem percurrendo fingula quæ pro antecedentibus gradibus lecta, atque fufficienter intellecta funt: reliqua vero attentius confiderando; fingula enim arbitramur fatis vtilia, licet non æqualiter neceffaria fint, aut æqualiter frequens fit fingulorum vfus.

DEcimus gradus confiftit in doctrina de angulis & triangulis quæ à nobis proponitur in tertia parte Ideæ Logifticæ. X.

AD hunc gradum pertinent quidem fingula quæ habentur in tertia parte Ideæ Logifticæ, & reliqua in quibus de angulis, aut angulorum menfuris, radijs, finibus &c. agitur, in anterioribus Ideæ partibus; ex his tamen magis neceffaria funt primo

primò, cap. 5. partis 2. Ideæ Logisticæ: deinde axiomata cap. 13. eiusdem Ideæ: denique Theoremata proposita in parte tertia eiusdem Ideæ Logisticæ; quorum sex priora, frequentiorem vsum habent quam reliqua.

Nota primò, pro tyronibus, Theorematum ad hunc gradum spectantium demonstrationes legere, examinare, atque intelligere: vtile quidem est, sed non planè necessarium: proinde, quibus hoc molestum est, suadere consueui, vt tantum procurent scire quid Theoremata afferant, supponendo singula legitimè demonstrata esse; & tunc tantum demonstrationes examinent, quando vel occurrit ratio dubitandi de theorematum veritate, vel curiositas, aut alia vtilitas inuitat, ad examen demonstrationum.

Nota secundo. Si pro triangulorum similium doctrina ad hunc gradum pertinente, desideretur plenior doctrina proportionum æqualium: consulatur subsequens gradus.

XI. Vndecimus gradus amplectitur nostram doctrinam de proportionibus, quæ habetur in parte 4. Ideæ Logisticæ.

Scriptionis nostræ finis non est Psittacos instruere, aut docere voces proferre, quarum significatio ignoretur: sed ad Matheseos intelligentiam viam ostendere, atque aperire; quamobrem etiam in tyronibus abhorremus ignorantiam significationis quæ conuenit vocibus, quibus vtuntur: atque pro hoc gradu ante omnia requirimus vt intelligant (quod à pluribus etiam Matheseos scriptoribus nunquam intellectum arbitror) quid in Mathesi significent voces ratio aut proportio; & vtrum proportio quantitas sit, atque adeo quantitatibus omnibus communes proprietates admittat; quales sunt posse addi, subtrahi, multiplicari, diuidi: vel certe quantitas non sit, adeoque non necessario admittat omnibus quantitatibus communes proprietates. Vbi hoc expono in Logisticæ nostræ idea, permixtæ sunt variæ controuersiæ, atque argumenta contra eos qui nobis aduersantur in hac parte; quoniam vero hæ controuersiæ initio parum iuuant tyrones, placet hic paucis exponere quid in Mathesi significent voces ratio & proportio. Supposito igitur quod vtriusque huius vocis significatio eadem sit, vt hæc significatio legitime intelligatur (quam hactenus apud nullum scriptorem inuenire potui sufficienter expositam) prius notandum, quod hic cap. 1. diximus de quantitate quæ est Matheseos obiectum:

quodque hæc quantitas per diuerſas differentias genericas, atque ſpecificas, contrahi atque reſtringi poſſit, ad diuerſa genera & diuerſas ſpecies quantitatis. Iam vero quantitates reſtrictæ per differentias ſpecificas hoc eſt quantitates ſpecificæ, diuidi poſſunt in quantitates abſolutas & quantitates relatas: per ſpecificam quantitatem abſolutam, intelligendo quantitatem ſpecificam præciſè ſumptam, aut conſideratam ſecundum ſe, aut illa quæ ipſi intrinſeca ſunt; & per ſpecificam quantitatem relatam, intelligendo quantitatem ſpecificam præciſè conſideratam reſpectiuè ad aliam eiuſdem generis quantitatem, cum qua quò ad magnitudinem confertur. Quantitati ſpecificæ abſolutæ conuenire poſſunt variæ proprietates, quæ non poſſunt conuenire ſpecificæ quantitati relatæ; & viciſſim ſpecifica quantitas relata, admittit diuerſas proprietates, quæ non admittuntur à ſpecifica quantitate abſoluta: etenim de ſpecifica quantitate abſoluta dici poteſt, Exempli Gratia, quod ſit continua: quod ſit diſcreta: quod vnam tantum vel certe plures extenſiones habeat: quod ſit recta vel curua: quod ſit plana vel non plana: quod ſit triangularis vel quadrata, vel rotunda, vel hoc aut iſto modò terminata &c. ſed tamen horum nihil dici poteſt de ſpecifica quantitate relata, de qua dici poteſt: quod ſit magna: quod ſit parua: quod ſit duplo, vel triplo, vel hoc aut iſto modo maior, vel minor altera: vel certe illi æqualis, hoc eſt neque maior neque minor: quæ dici non poſſunt de ſpecifica quantitate abſoluta: ſiquidem nihil magnum dici poteſt vel paruum niſi relatum, ſiue comparatum ad aliud, reſpectu cuius dicatur magnum vel paruum. His præmiſſis, niſi male intelligam eos qui de Mathematicis ſcientijs non male ſcripſerunt; vbi apud Mathematicos ſermo eſt de ſpecifica quantitate, vix vnquam aliud intelligendum eſt quam quantitas ſpecifica abſoluta: vbi vero agitur de proportione, nihil aliud intelligi debet per vocem proportio, quam ſpecifica quantitas relata; adeo vt quoties de quantitate ſpecifica ſermo eſt, atque oppoſitum expreſſè non indicatur, vox quantitas, ſignificet illud quod hic appellauimus ſpecificam quantitatem abſolutam: verum vox proportio, ſignificet illud quod hic appellauimus ſpecificam quantitatem relatam. Hinc quemadmodum quælibet corpora ſpecifica, verè ac propriè corpora ſunt, omneſque corporis proprietates participant: ita etiam non minus verè ac propriè quantitas eſt, atque genericæ quantitatis proprietates omnes participat, ipſa proportio quam reliquæ ſpecificæ quantitates; præterea quemadmodum quælibet

bet ſpecifica quantitas, eſt verè ac propriè quantitas, hoc eſt ſubiectum habens magnitudinem: ità etiam & relata quantitas, ſiue proportio quælibet, & quælibet quantitas ſpecifica abſoluta, eſt verè ac propriè quantitas, hoc eſt ſubiectum habens magnitudinem: ſed tamen ſpecificæ atque abſolutæ quantitatis magnitudo talis eſt, vt ab ipſa ſubiectum dici poſſit magnum vel paruum, quando comparatur, cum alio, licet cum alio non comparetur; proportionis vero magnitudo talis eſt, vt ab ipſa ſubiectum magnum vel paruum dici poſſit, quando cum alio comparatur, atque inſuper comparatur cum alio; hinc quantitas abſoluta, & quantitas relata, quodanımodo inter ſe differunt, ſicut numerus integer atque diuiſibilis per aliū, differt à numero fracto ſiue diuiſo per alium. Numero intrinſecum eſt poſſe diuidi per alium numerum, ſiue per alium diuiſus ſit, ſiue non ſit diuiſus; ſimiliter omni ſpecificæ quantitati intrinſeca eſt magnitudo, ratione cuius poteſt referri ad aliam eiuſdem generis quantitatem, & conſequenter dici magna vel parua: ſiue ad aliam referatur, ſiue non referatur: vnde qui incapax, non eſt intelligere differentiam intercedentem inter numeros integros & fractos (quæ intelligentia iuxta omnes Mathematicos requiritur, etiam pro primis Matheſeos elementis) habet ſufficientem capacitatem intelligendi quod hic diximus, de differentia quæ inuenitur inter ſpecificam quantitatem abſolutam, & ſpecificam quantitatem relatam, quarum poſterior per vocem proportio ſignificatur.

Hæc tyronibus ſufficere, atque neceſſaria arbitramur, vt ſufficienter intelligant quid apud Mathematicos ſignificent voces ratio vel proportio, cognita vero ſignificatione iſtarum vocum, vtile exiſtimamus, ſaltem leuiter percurrere caput 6. partis ſecundæ, & caput 2. partis 4. Ideæ Logiſticæ; in hoc tamen poſtremo capite diligentiſſimè notanda ſunt aliqua; primò quidem, noſtra definitio rationum ſiue proportionum inter ſe æqualium, quæ proponitur pag. 95. lin. 16. Secundò, quod dicitur de ratione compoſita pag. 97. Tertiò, tria prima axiomata, atque præſertim tertium, propoſitum pag. 99. quod axioma immediatè patet ex predicta noſtra definitione rationum æqualium. Poſt hæc legenda theoremata cap. 3. partis 4. Ideæ Logiſticæ: ex quibus ſex priora, atque inſuper 13. memoriter tenere, eſt vtiliſſimum. Denique percurrenda appendix partis 4. Ideæ Logiſticæ, quæ incipit pag. 113. atque ex hac appendice diligentiſſimè addiſcendum problema tertium, quod docet

praxim in ueniendi vnam rationem ex datis duabus vel pluribus rationibus compofitam : cuius praxeos vfus apud nos eft frequentiffimus; hoc problema tertium exprefsè quidem non proponit nifi modum inueniendi vnam rationem æquiualentem datis duabus rationibus particula *in* connexis (idemque planè eft inuenire vnam rationem æquiualentem datis duabus rationibus particula *in* connexis, & inuenire vnam rationem ex datis duabus rationibus compofitam) in hac tamen praxi continetur, quidquid requiritur, vt habeatur vna ratio æquiualens quotcunque rationibus particula *in* connexis, fiue vna ratio compofita ex quotuis datis rationibus: quemadmodum praxis contenta problemate 3. cap. 3. libri 1. Logifticæ, quæ docet inuenire vnum numerum æquiualentem duobus numeris particula *in* connexis: fufficit, vt inueniatur vnus numerus æquiualens quotuis alijs numeris particula *in* connexis; vtrobique enim, fucceffiuè fæpius iterando praxim in problemate propofitam, inuenitur quod quæritur. Quando plures quam duo numeri, vel plures quam duæ rationes particula *in* connexæ proponuntur. Exempli Gratia, fi datæ fint quatuor rationes 3 *ad* 4, 7 *ad* 21, 8 *ad* 6, 2 *ad* 10, atque inuenienda fit vna ratio compofita ex his quatuor rationibus; prius per problema 3. pag. 115. Ideæ, inuenies rationem 3 *ad* 12 effe compofitam ex duabus rationibus 3 *ad* 4 & 7 *ad* 21, fiue 3 *ad* 4 *in* 7 *ad* 21 = 3 *ad* 12; rurfus per idem problema inuenies, rationem 3 *ad* 9 effe compofitam ex rationibus 3 *ad* 12 & 8 *ad* 6, fiue 3 *ad* 9 = 3 *ad* 12 *in* 8 *ad* 6: adeoque 3 *ad* 4 *in* 7 *ad* 21 *in* 8 *ad* 6 = 3 *ad* 9; & rurfus per idem problema inuenies 3 *ad* 45, effe rationem compofitam ex rationibus 3 *ad* 9 & 2 *ad* 10, fiue 3 *ad* 9 *in* 2 *ad* 10 = 3 *ad* 45: adeoque 3 *ad* 4 *in* 7 *ad* 21 *in* 8 *ad* 6 *in* 2 *ad* 10 = 3 *ad* 45. Denique aduertendum, quod quemadmodum nihil refert quo ordine multiplicentur dati numeri, vt iuxta problema 3. cap. 3. libri 1. Logifticæ, inueniatur vnus numerus æquiualens pluribus particula *in* connexis: ità etiam nihil refert, quo ordine multiplicentur datæ rationes, vt iuxta problema 3. pag. 115: Ideæ, inueniatur vna ratio æquiualens pluribus rationibus particula *in* connexis; quemadmodum vero prædictum problema pag. 19. Logifticæ agit de multiplicatione numerorum, ità problema pag. 115. Ideæ Logifticæ, agit de multiplicatione rationum fiue proportionum.

XII.

Dvodecimus gradus confiftit in intelligentia ductuum Geometricorum: & quomodo, aut quæ

D quan-

quantitates producantur ex vnico ductu nominato, de quibus agitur cap. 3.& 4.partis 2. Ideæ Logisticæ.

PRo hoc gradu, primò, ex capite 3. partis 2. Ideæ Logisticæ, diligenter notandum, quid sit, continuam quantitatem simpliciter tantum vehi aut rotari, & qui singulorum nominatorum ductuum conceptus; quibus cognitis, atque insuper cognita basi quæ aliquo ductu producit superficiem, vel corpus; facile intelligitur, quæ, aut qualis sit quantitas quæ generatur, siue producitur, ex vnico aliquo ductu nominato · licet quantitates diuersæ atque ex vnico ductu nominato producibiles, vastam diuersarum quantitatum multitudinem constituant.

Quemadmodum tamen singulæ istæ quantitates ex basi, & ex ductu, facile cognoscuntur: ità per basim ex qua producuntur, & ex ductu, per quem producuntur, facillime definiuntur: nobisque placet hic modus definiendi quantitates productas vnico ductu nominato; dicendo Exempli Gratia, quod parallelogrammum A B C D sit superficies producta ex recta aliqua linea A B, quæ ductu primo vel secundo ducitur in altitudinem R C. Similiter, quod circulus B C D sit superficies plana, quæ producitur ex vna linea A B, quæ simpliciter tantum rotatur circa punctum A. Pari modo, quod parallelepipedum A M, sit corpus quod producitur ex parallelogrammo A B K S quod præcisè tantum vehitur per rectam lineam A C; vel ductu primo aut secundo ducitur in altitudinem R C. In indice Ideæ Logisticæ quærendo voces prisma, cylinder, pyramis, conus &c. illis appositas inuenies similes definitiones; quomodo alij definiant hæc ipsa corpora, videri potest apud Euclidis interpretes: nobis vt iam dixi placet insinuatus modus definiendi: quod hic breuiter indicasse satis arbitramur, etiam pro tyronibus: vt ex cap. 3. part. 2. Ideæ Logisticæ, intellectis ductibus nostris Geometricis, intelligant, vel efforment definitiones conuenientes singulis aut superficiebus, aut corporibus, quæ producuntur ex vnico ductu Geometrico: neque magnopere laborandum arbitror, vt sciantur huiusmodi corporum aut superficierum nomina propria, nisi sint maximè vsitata: vt sunt triangulum, parallelogrammum, rectangulum, quadratum, circulus, parallelepipedum, prisma, cylinder, pyramis, conus, sphæra; quæ aut quales quantitates, singulis istis vocibus indicentur, satis patet ex definitionibus quæ à nobis afferuntur, aut in indice Ideæ Logisticæ, aut in locis qui in indice indicantur.

fig. 28 Ideæ — *fig. 33 Ideæ*

DE-

DEcimus tertius gradus eſt, inuenire proportionem quam habet quæuis quantitas X, ad quamlibet eiuſdem generis quantitatem Z: ſuppoſito quod ſingulæ producantur ex vno aliquo ductu nominato. XIII

PRo hoc gradu diligentiſſimè conſiderandum, quod dicitur pag. 127. Ideæ Logiſticæ verſus finem: ſiue in nota 4. nimirum, in Theoremate 3. cap. 1. partis 5. Ideæ demonſtrari, quod qualeſcunque eiuſdem generis quantitates ſint X & Z, quæ ſingulæ producuntur ex vnico ductu nominato; vniuerſaliter ac ſemper verum eſſe, quod quantitas X ad quantitatem Z habeat rationem compoſitam ex quatuor rationibus, quarum vna ſit, ratio baſis quantitatis X *ad* baſim quantitatis Z: altera ſit, ratio altitudinis quantitatis X *ad* altitudinem quantitatis Z: tertia ſit, ratio ductus ex quo producitur quantitas X *ad* ductum primum: quarta ſit, ratio ductus primi *ad* ductum ex quo producitur quantitas Z.

Vt ex hac vnica veritate, & ijs quæ in gradu vndecimo circa finem dicta ſunt, de inuentione vnius rationis compoſitæ ex alijs pluribus rationibus, habeatur quod requirimus pro hoc gradu: duplex eſt modus, atque vtriuſque modi exempla inueniuntur in propoſitionibus Euclideis ſtabilitis diſcurſibus Logiſticis. Prior modus, immediatè deducit rationem quantitatis X ad quantitatem Z, ex quatuor rationibus, ex quibus iam dictum eſt componi rationem quantitatis X ad quantitatem Z. Secundus modus, immediatè deducit rationem quantitatis X ad quantitatem Z, ex tribus rationibus: quarum vna eſt ratio baſeos quantitatis X ad baſim quantitatis Z, altera eſt ratio altitudinis quantitatis X ad altitudinem quantitatis Z, tertia eſt ratio ductus ex quo oritur quantitas X, ad ductum ex quo oritur quantitas Z. Etiam ſecundum hunc modum inueniendi quod pro hoc gradu requirimus, haberi ex veritate paulò antè propoſita, facile aduertes, reflectendo quod ratio ductus ex quo oritur quantitas X, ad ductum ex quo oritur quantitas Z, nihil aliud ſit, quam ratio compoſita ex ratione ductus ex quo oritur quantitas X ad ductum primum: & ex ratione ductus primi ad ductum ex quo oritur quantitas Z; ex quo ſequitur, quod ratio compoſita ex quatuor rationibus ſpectantibus ad primum modum inueniendi quod pro hoc gradu requiritur, ſit eadem cum ratio-

ne composita ex tribus rationibus spectantibus ad secundum modum inueniendi quod pro hoc gradu requiritur. Vt quolibet ex his duobus modis inueniatur proportio quantitatis X ad quantitatem Z, dummodo singulæ istæ quantitates producantur ex vno ductu nominato, nulla fere remanet difficultas: sed sufficiunt quæ in gradu vndecimo diximus de inuentione rationis quæ ex pluribus alijs cognitis rationibus composita est, quoties cognoscitur ratio basis quantitatis X ad basim quantitatis Z, & præterea ratio altitudinis quantitatis X ad altitudinem quantitatis Z; etenim reliquæ rationes ab his duabus diuersæ, quæ, vel pro primo vel secundo modo requiruntur, immediatè innotescunt ex Idea Logisticæ: duæ enim reliquæ rationes requisitæ pro primo modo, nimirum ratio ductus ex quo oritur quantitas X ad ductum primum, item ratio ductus primi ad ductum ex quo oritur quantitas Z, immediatè habentur ex axiomatibus hypotheticis propositis pag. 71. Ideæ Logisticæ; vna vero reliqua ratio, quæ pro secundo modo requiritur, nimirum ratio ductus ex quo oritur quantitas X ad ductum ex quo oritur quantitas Z: immediatè habetur ex lemmate proposito pag. 118. Ideæ Logisticæ: eademque ista ratio aliter satis commodè habetur, primo ex axiomatibus propositis pag. 71. Ideæ Logisticæ, inueniendo rationem ductus ex quo oritur quantitas X ad ductum primum, & rationem ductus primi ad ductum ex quo oritur quantitas Z; ac deinde inueniendo rationem ex his duabus rationibus compositam: hæc enim composita ratio eadem est cum ratione quam habet ductus ex quo oritur quantitas X ad ductum ex quo oritur quantitas Z; si tamen pro hoc secundo modo, placeat immediatè ex citato lemmate sumere rationem ductus ex quo oritur quantitas X ad ductum ex quo oritur quantitas Z, prius legendum est caput 4. partis secundæ Ideæ Logisticæ, continens distributionem ductuum nominatorum in varias classes: quandoquidem in dicto lemmate tantum proponatur quam proportionem inter se habeant singulæ ductuum classes.

Ex duobus modis hic indicatis, qui singuli vtiles sunt atque sufficiunt, vt habeatur quod requiritur pro hoc gradu, dummodo cognita sit ratio baseos quantitatis X ad basim quantitatis Z, & ratio altitudinis quantitatis X ad altitudinem quantitatis Z, solus primus adhibetur in demonstrandis propositionibus Euclideis contentis epistola 6. lib. 1. epistolarum Mathematicarum, pertinentibus ad hunc gradum: solus vero secundus modus adhibetur, in demonstrandis propositionibus, vel Euclidis,

vel

vel Archimedis, quæ proponuntur cap. 3. partis quintæ Ideæ Logifticæ; has propofitiones, fecundò tantum modo demonftratas, primò modo demonftrare, maxime vtile exercitium eft pro tyronibus.

Nota primò. Ex hactenus dictis circa præfentem gradum, fatis patet, ad finem hic propofitum, hoc eft ad inueniendam proportionem quam habet quæuis quantitas X, producta ex vno aliquo ductu nominato, ad quamuis quantitatem Z, quæ etiam ex vno ductu nominato producatur: nullam remanere difficultatem, nifi in cafibus, in quibus non cognofcitur ratio bafis quantitatis X ad bafim quantitatis Z, & ratio quam habet altitudo quantitatis X ad altitudinem quantitatis Z: quare hic reliquum eft, vt annotemus aliqua media vtilia, ad fuperandam hanc difficultatem. In quem finem diftinguo duos cafus inter fe diuerfos; primus eft, quando ad finem intentum, neceffarium non eft inuenire, atque cognitam reddere, rationem quam habet bafis quantitatis X ad bafim quantitatis Z, vel rationem altitudinis quantitatis X ad altitudinem quantitatis Z: fed fufficit proportionem quantitatis X ad quantitatem Z indicare per bafes vel altitudines, quarum proportio ignoratur. Secundus cafus eft, quando neceffarium eft inuenire rationem bafeos quantitatis X ad bafim quantitatis Z, vel rationem altitudinis quantitatis X ad altitudinem quantitatis Z. Pro primo cafu vtile eft quod dicitur in 2. nota. Pro fecundo cafu feruiunt notæ, quæ fecundam fubfequuntur.

Nota fecundò. Suppofito primo cafu, primæ notæ: quodque quantitatis X, bafis fit A, altitudo B: & quantitatis Z bafis fit C, altitudo D; vel vna tantum ex his duabus rationibus ignota eft, vel vtraque ignoratur. Si primum fupponatur, atque Exempli Gratia tantum ignota fit ratio bafis A *ad* bafim B, adeoque cognitæ fint tres reliquæ rationes: quarum vna eft ratio C *ad* D, altera ratio ductus ex quo oritur quantitas X *ad* ductum primum, tertia eft ratio ductus primi *ad* ductum ex quo oritur quantitas Z: per ea quæ de inueniendo ratione compofita dicta funt ad vndecimum gradum, poterit inueniri vna ratio, cuius termini fint bafes A & B cum appofitis numeratoribus, & ftatui hanc rationem effe æqualem rationi quantitatis X ad quantitatem Z; adeoque ratio quantitatis X ad quantitatem Z erit expreffa per bafes A & B, licet iftarum bafium proportio ignoretur. Exempli Gratia fuppofito quod ex tribus rationibus quæ hic fupponuntur cognitæ, prima, fiue ratio C *ad* D =

2 *ad*

2 *ad* 6; secunda, siue ratio ductus ex quo oritur X *ad* ductum primum = 1 *ad* 3; tertia, siue ratio ductus primi *ad* ductum ex quo oritur quantitas Z = 3 *ad* 2: iuxta dicta de inuenienda ratione composita, patet 3 A *ad* 18 B, siue quod idem est A *ad* 6 B, habere rationem compositam ex prædictis tribus cognitis rationibus, & ratione A *ad* B quæ ignota est, & licet hæc vltima ratio incognita sit, tamen iuxta doctrinam initio huius gradus traditam, verum erit, quod ratio quantitatis X *ad* quantitatem Z = A *ad* 6 B: hoc est quod quantitas X ad quantitatem Z habet eamdem rationem quam habet basis A ad sex bases B. Pro exemplis eius quod hic diximus, seruire possunt capitis 3. partis 5. Ideæ Logisticæ Theoremata 5. item 19, 26, 31, 33 &c. ex quibus primo loco citatum, placet ad longum proponere & demonstrare iuxta primum ex duobus diuersis modis paulò antè insinuatis: præsertim quia secundo modo singula demonstrantur in Idea Logisticæ, & simili prorsus discursu quo hic primum demonstramus, singula reliqua demonstrari possunt.

Theorema.

fig. 29 Idea

Triangula X & Z, quæ æquales habent altitudines CR & GP, eam inter se proportionem habent quam bases A B & E F.

Demonstratio. Per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logisticæ, hoc est, per theorema quod initio huius gradus declaratur, triangulum X *ad* triangulum Z, habet rationem compositam ex quatuor rationibus, quarum vna est, ratio basis A B *ad* basim E F: secunda est, ratio altitudinis C R *ad* altitudinem G P: tertia est, ratio ductus tertij *ad* ductum primum: quarta est, ratio ductus primi *ad* ductum tertium; atqui per hypothesim ratio C R *ad* G P = 1 *ad* 1: item per axiomata proposita pag. 71. Ideæ Logisticæ, ratio ductus tertij *ad* ductum primum = 1 *ad* 2; & etiam ratio ductus primi *ad* ductum tertium = 2 *ad* 1; ergo triangulum X ad triangulum Z habet rationem compositam ex quatuor rationibus, quarum prima est, ratio A B *ad* E F: secunda est, ratio 1 *ad* 1; tertia est, ratio 1 *ad* 2: quarta est, ratio 2 *ad* 1; sed per problema 3. Appendicis partis 4. Ideæ Logisticæ, hæc ratio composita, est ratio A B *ad* E F; ergo triangulum X *ad* triangulum Z = A B *ad* E F. Quod erat demonstrandum.

Si secundum supponatur, nimirum ignorari tum rationem basis ad basim, tum etiam altitudinis ad altitudinem: per ea quæ diximus initio ad hunc gradum, inueniri atque assignari po-

poterunt duę rationes, ex quibus componitur ratio quantitatis X ad quantitatem Z. Exempli Gratia, supposito quod quantitas X sit pyramis, cuius basis A K, altitudo C R: atque quantitas Z sit prisma, cuius basis E L F, altitudo G P: etiamsi ignota sit ratio basis A K *ad* basim E L F, et etiam ignota sit ratio altitudinis C R *ad* altitudinem G P: tamen, statui potest, quod pyramis X *ad* prisma Z habeat rationem compositam ex duabus rationibus, quarum vna sit 3 A K *ad* E L F, altera sit ratio C R *ad* G P. Demonstratio. Per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logisticæ, quod initio huius gradus declaratur: pyramis X *ad* prisma Z, habet rationem compositam ex quatuor rationibus, quarum vna est ratio basis A K *ad* basim E L F, secunda est ratio altitudinis C R *ad* altitudinem G P, tertia est ratio ductus ex quo oritur pyramis X *ad* ductum primum, quarta est ratio ductus primi *ad* ductum ex quo oritur prisma Z; sed per axiomata hypothetica proposita pag. 71. Ideæ Logisticæ ratio ductus ex quo oritur pyramis X *ad* ductum primum = 1 *ad* 3, & præterea ratio ductus primi *ad* ductum ex quo oritur prisma Z = 1 *ad* 1: ergo pyramis X *ad* prisma Z, habet rationem compositam ex quatuor rationibus, quarum vna est ratio basis A K *ad* basim E L F, secunda est ratio altitudinis C R *ad* altitudinem G P, tertia est ratio 1 *ad* 3, quarta est ratio 1 *ad* 1: atqui per problema 3. Appendicis 3. partis 4. Ideæ Logisticæ, ratio ex his quatuor rationibus composita, æquatur rationi compositæ ex ratione 3 A K *ad* E L F, & ratione C R *ad* G P: ergo pyramis X *ad* prisma Z, habet rationem compositam ex ratione 3 A K *ad* E L F, & ratione C R *ad* G P. Quod erat demonstrandum.

fig. 34. & 32. Ideæ

Ex hoc exemplo satis apparet, quomodo in alijs similibus circumstantijs, hoc est quando ignoratur ratio basis ad basim, & ratio altitudinis ad altitudinem, indicari possint duæ rationes ex quibus composita est ratio quantitatis X ad quantitatem Z.

Nota Tertiò. Supposita difficultate indicata in prima nota, nimirum quod ignota sit proportio quam habet basis vel altitudo quantitatis X, ad basim vel altitudinem quantitatis Z: atque huiusmodi ignota ratio inuenienda sit; hoc inquam supposito, vel bases quantitatum X & Z singulæ sunt lineæ, vel singulæ sunt superficies. Si primum, quandoquidem altitudines necessario sint lineæ, difficultas reducitur ad inuentionem rationis quam vna linea habet ad alteram lineam, de qua in nota quarta. Si secundum, subdistinguo tres casus aliquantulum diuersos; primus

mus est, quando singulæ bases quæ sunt superficies producuntur vno ductu nominato. Secundus casus est, quando, non quidem singulæ bases, sed tamen singulæ partes quæ simul additæ constituunt singulas bases, producuntur vno ductu nominato. Tertius est, quando neque singulæ bases, neque singulæ partes quæ simul additæ constituunt bases, producuntur vnico ductu nominato. Vbi aduertendum, quamlibet superficiem intelligi posse compositam per additionem partium in quas resolui potest, per lineas ductas per talem superficiem; Exempli Gratia quælibet superficies plana, atque rectis lineis terminata, intelligi potest vt composita ex pluribus triangulis, & veluti aliquod triangulorum aggregatum: quia per talem superficiem duci possunt rectæ lineæ per quas resoluatur, siue secetur in plures partes, quę singulę sint triangula. In primo ex tribus casibus hic propositis, per illa quæ initio ad hunc gradum diximus inuenitur proportio baseos quantitatis X ad basim quantitatis Z: dummodo cognitæ sint proportiones quas habent lineæ generantes ipsas bases; quæ proportiones si sint ignotæ, earum inuentio spectat ad quartam notam. In secundo ex tribus casibus hic propositis, rursus per dicta initio ad hunc gradum inuenitur proportio, quam habent singulę partes baseos X ad aliquam eamdem quantitatem B, & proportio quam habet hæc eadem quantitas B, ad singulas partes baseos Z: dummodo cognitæ sint proportiones quas habent lineæ generantes singulas basium partes, quarum proportionum inuentio iterum spectat ad quartam notam. Iam verò omnes antecedentes termini rationum quas habent singulæ diuersæ partes baseos X ad eamdem quantitatem B simul additi, ad simul additos omnes consequentes terminos rationum, quas habet quantitas B ad singulas diuersas partes quantitatis Z, habebunt eamdem rationem quam habet quantitas X ad quantitatem Z. In tertio ex tribus casibus hic indicatis, remedium vtile afferri non potest, nisi in aliquibus casibus, in quibus cognitæ sint circumstantiæ ex quibus desiderata basium proportio inferri possit; verum hos casus prosequi non est huius loci.

Nota quarto. Pro inuentione proportionis quam habent bases, vel altitudines, quæ singulæ sint lineæ, aduertendum, quod pro ductibus nominatis, bases vel altitudines non possint esse lineæ diuersæ, à rectis vel circularibus lineis; iam vero pro inuentione proportionis quam inter se habent rectæ lineæ, seruit doctrina de angulis & triangulis similibus spectans ad gradū 10; cui doctrinæ addendo axioma primum propositum pag. 71: habetur

betur quod requiritur, vt ex rectarum linearum cognitione, deueniatur ad cognitionem quam inter se habent lineæ circulares. Denique inuenire proportionem quam habet recta linea ad circularem, nihil est aliud quam inuenire circuli quadraturam, vt satis constat ex dictis in scholio cap. 2. partis 6. Ideæ Logisticæ: quod problema tam difficile est, vt numeretur inter illa quę hactenus à nemine soluta sunt, licet à Geometris demonstretur solui posse. Ceterum numerus 113 *ad* numerum 355, proxime habet eamdem proportionem quam habet diameter circuli *ad* eiusdem circuli circumferentiam; quod pro praxi sufficit scire, vt ex cognita circuli diametro, mediante regula aurea proxime inueniatur longitudo totius circumferentiæ eiusdem circuli; vel certe ex cognita circumferentia proxime inueniatur longitudo totius diametri, eiusdem circuli.

XIV. DEcimum quartum gradum statuimus, in intelligentia deriuationis Logisticæ nostræ, ex vulgari atque vsitata Arithmetica.

PRo hoc gradu legenda secunda pars Arithmeticæ introductionis ad Logisticam. Ex hac lectione colligendus fructus, consistit; primò, in notitia originis Methodi nostri quam Logisticam inscripsimus, quæ notitia non parum iuuat, vt melius intelligatur, an, & quomodo differat à Methodis quæ ab alijs proponuntur. Secundò, profundior intelligentia, vel etiam demonstratio, propemodum singularum praxium, quæ in primo libro Logisticæ proponuntur, neglectis demonstrationibus.

XV. DEcimus quintus gradus consistit, in expoliendis, atque perficiendis partibus, ad Logisticæ nostræ methodum spectantibus, atque consideratis in præcedentibus gradibus: & pleniori cognitione ipsius Methodi.

PRo hoc gradu, ordine, atque successiuè legenda singula quæ vsque ad pag. 131 proponuntur in Idea Logisticæ: magis reflectendo ad singula, quæ prius, aut non satis bene intellecta, aut pretermissa fuerunt; in qua lectione prætermitti possunt singula Theoremata aut problemata quæ proponuntur in tertia aut quarta parte, si hæc pro prioribus gradibus sufficienter fuerint considerata.

In hac Ideæ Logisticæ lectione, vtile foret vbique reflectere,

 quo-

quomodo (in ijs fere omnibus, in quibus non agimus de angulis: aut ex angulis ſaltem partialiter dependente triangulorum quantitatumque inter ſe ſimilium doctrina, maxime vtili pro inuentione proportionis quam inter ſe habent variæ lineæ: vel certe non laboramus in accurata terminorum expoſitione afferenda:) præcipua noſtra cura verſetur, in ijs quæ aut neceſſaria aut vtilia ſunt, vt non minus circa reliquas quantitates, quam circa numeros vulgares inſtitui poſſint, Addictio, Subtractio, Multiplicatio, & Diuiſio: hoc eſt quatuor operationes quibus Logiſtica noſtra innititur; vel certe, vt compendiata ac commoda ſcriptione exhiberi poſſint producta ex his operationibus. Laboris huius fructus apparet in paucis vniuerſalioribus veritatibus ſtatuendis, aut ex his facile inferendis, fere innumeris diuerſarum quantitatum proprietatibus, quarum cognitio pertinet ad Matheſim.

Ad finem in hoc decimo quinto gradu propoſitum etiam maxime vtiles arbitramur, ſex priores epiſtolas libri primi epiſtolarum Mathematicarum quarta prætermiſſa; proindeque, vt iam de Idea Logiſticæ diximus, ità etiam dictæ epiſtolæ non exiguo fructu legerentur; pro fine hic propoſito.

XVI. DEcimus ſextus gradus conſiſtit, in intelligentia præcipuarum proprietatum, quæ conueniunt, vel omnibus, vel tantum aliquibus ex numeris contentis tribus numerorum ſpeciebus inter ſe diuerſis: quarum vna conſtituitur à numeris vulgaribus integris, hoc eſt pro denominatore habentibus vnitatem: altera à numeris vulgaribus fractis, ſiue pro denominatore habentibus numerum diuerſum ab vnitate: tertia à numeris radicalibus.

PRo hoc gradu curanda intelligentia eorum quæ continentur Epiſtola 4. libri 1. Epiſtolarum Mathematicarum. Doctrinæ in hac quarta Epiſtola propoſitæ, affinis eſt illa, quæ continetur eiuſdem libri Epiſtola 7. in qua ſingulæ ſeptimi libri Euclidis propoſitiones, ordine proponuntur & demonſtrantur methodo noſtræ Logiſticæ: has demonſtrationes cum Euclideis conferre maxime vtile foret, pro illo qui deſiderat intelligere, an, vel quomodo numerorum proprietates ſtabiliendi modus, qui Euclideæ

clideæ Arithmeticæ magis proprius est, differat à modo qui nostræ Logisticæ proprius est. Pro vtriusque citatæ Epistolæ doctrina, diligenter aduertendum: iuxta nostram Logisticam, quamlibet discretam quantitatem esse numerum: & quemlibet numerum esse discretam quantitatem; deinde non dari numeros diuersi generis, licet dentur quantitates continuæ diuersi generis: sed tamen inueniri multas numerorum species diuersas inter se; atque numeros vulgares integros, & numeros vulgares fractos, tum inter se, tum à numeris radicalibus specie differre; præterea has tres numerorum species magis vniuersales, subdiuisibiles esse in varias species magis restrictas, & prioribus contentas: atque pro hac prædictarum specierum subdiuisione, differentias specificas desumi posse, primò à diuersitate denominatorum quem admittunt numeri omnes, siue vulgares sint, siue radicales. Secundò à diuersitate indiuiduorum quæ indicantur à numeratoribus vulgarium numerorum, aut à numeratore numeri qui post asterismum scriptus est, in radicalibus numeris. Iam vero in 4. & 7. Epistola considerantur numeri pertinentes ad prædictas tres species numerorum, abstrahendo tamen à diuersitatibus specificis dependentibus à diuersitate indiuiduorum, quæ indicari possunt, vel à numeratoribus vulgarium numerorum, vel à numeratore numeri post asterismum scripti in radicali numero: siue supponendo quod isti numeratores semper indicent eiusdem speciei indiuidua. In hac hypothesi considerando numeros tum vulgares integros, tum vulgares fractos, tum etiam radicales: in citata 4. Epistola proponuntur variæ proprietates, penes quas inter se conueniunt, vel ab inuicem differunt: atque ostenditur Exempli Gratia dari plurimas proportiones inter continuas quantitates, quæ per nullos prædictarum specierum numeros vulgares integros, aut fractos, indicari possint: licet istæ proportiones indicari possint per numeros radicales. Similiter licet multi numeri vulgares radicem primam habeant, siue produci possint ex aliquo vulgari numero ducto in se: tamen demonstratur multos vulgares numeros inueniri, qui non habeant radicem primam; siue qui produci non possint ex vllo vulgari numero ducto in se, licet produci possint ex numero radicali ducto in se. Pari modo probatur, quod licet quilibet vulgaris integer numerus, ductus in quemlibet vulgarem integrum numerum, producat vulgarem integrum numerum: tamen numerum vulgarem fractum, ductum in alium vulgarem fractum, non minus posse producere numerum vulgarem æquiualentem integro,

quam non æquiualentem integro. De his alijsque huiusmodi proprietatibus, penès quas conueniunt, vel inter se differunt numeri contenti indicatis tribus speciebus numerorum, atque consideratis in hypothesi paulò ante indicata, agitur in Epistola 4.

Si quis vellet conferre, aut Epistolæ septimæ propositiones, cum propositionibus libri 7. Euclidis: aut illa quæ Epistola 4. tradimus de quantitatibus incommensurabilibus, cum ijs quæ de his quantitatibus proponuntur libro 10. Euclidis: aduertere debet, quod etiam ab Euclide numeri considerentur in illa hypothesi, in quâ ante monuimus considerari in 4. & 7. Epistola: tamen ab Euclide, ex tribus numerorum diuersis speciebus quæ à nobis considerantur, tantum vnica illa expenditur, quæ constituitur à vulgaribus integris numeris; adeo vt iuxta hunc authorem sufficiat aliquid verum esse de numeris vulgaribus integris, vt asserat vniuersaliter verum esse, atque omnibus omnino numeris conuenire; sic Exempli Gratia, iuxta Euclidem verum est, omnium omnino numerorum communem mensuram esse vnitatem; tametsi verum non sit vulgarium fractorum, aut radicalium numerorum omnium, communem mensuram esse vnitatem; atque tantummodo verum sit, omnium integrorum vulgarium numerorum communem mensuram esse vnitatem, considerando istos numeros vulgares integros, itâ vt semper eiusdem speciei vnitates indicent, hoc est, in hypothesi quam paulò ante diximus Euclidi & in citatis Epistolis nobis communem; dixi considerando istos numeros vulgares in hypothesi paulò antè indicata: Etenim supposito quod ex duobus numeris vulgaribus integris vnus sit numerus decem palmorum, alter sit numerus decem pedum: qui vulgares integri numeri inter se specie differunt, diuersitate specifica desumpta ab indiuiduis quæ indicantur: hoc inquam supposito, falsum esse potest, quod detur vlla vnitas quæ sit mensura communis vtriusque istius numeri vulgaris atque integri: & tamen quidquid sit de aliorum speculatiua Arithmeticæ doctrina, nemo vt opinor versatus in practica Arithmetica vulgari negare potest, prædictos duos numeros, aut esse vulgares, aut esse integros, aut inter se specie differre.

Quando in nostra Logistica, consideranda, atque adeo indicanda est huiusmodi diuersitas specifica, eam indicamus per dignitatem numerorum denominatorum; ipsa enim dignitas, ex vi præcedentis hypothesis indicat, qualia sint indiuidua à numeratoribus indicata: adeo vt numerus vulgaris 10, & numerus denominatus 10 A: Specie conueniant, atque inter se æquales

sint:

sint: supposito quod eiusdem speciei indiuiduum indicetur, tam ab vnitate vulgari, quam à dignitate A; Verum numerus vulgaris 10, & numerus denominatus 10 A, inter se specie diuersi atque inæquales erunt: facta hypothesi quod vnitas vulgaris & dignitas A, non indicent eiusdem speciei indiuiduum; quemadmodum autem non aliunde quam ex hypothesi dependet, quod dignitas A significet certæ atque determinatæ speciei indiuiduum: ità etiam non aliunde quam ex hypothesi dependet, quod vnitas vulgaris significet certæ atque determinatæ speciei indiuiduum; & secundum se considerata, aut vnitas vulgaris, aut quæuis dignitas, eamdem indifferentiam habet ad significandum cuiuscunque speciei indiuiduum; hinc in methodo nostræ Logisticæ: siue vt speculatiuè considerentur, siue vt in praxi adhibeantur, numeri diuersæ speciei indiuidua indicantes, vtiles sunt nostri numeri denominati; licet vero in practica Arithmetica vulgari planè communis, & obuius sit vsus numerorum vulgarium, qui differentiam specificam mutuentur à diuersis indiuiduis quę per tales numeros indicantur: atque hæc practica vulgaris Arithmetica subordinata sit speculatiuæ Arithmeticæ traditæ ab Euclide: tamen non inuenio vbi in hac speculatiua Arithmetica consideretur diuersitas specifica, quæ conuenire potest numeris ex diuersitate indiuiduorum quæ indicantur. Si forte aliquis hoc ipso ex capite arbitretur, pro speculatiua Arithmetica inutilem considerationem numerorum specie differentium ex eo quod diuersas vnitates indicent: præsertim cum minime probabile videri possit, ab Euclide prætermissam vtilem aliquam numerorum considerationem: meminerit inter maxime celebres Euclidis propositiones speculatiuas, numerari illam quæ asserit, eiusdem quadrati diametrum & latus esse quantitates inter se incommensurabiles: atque adeo inueniri continuas quantitates inter se incommensurabiles; quo cognito, quid magis pronum, quam inquirere, vtrum possibiles sint duæ discretæ quantitates inter se incommensurabiles. Vbi speculatiui huius dubij solutionem Euclides afferat ignoro: immo non satis assequor quomodo ex pluribus eius speculationibus inferri possit; pręsertim si pro hac quæstione (quæ ad speculatiuam Arithmeticam pertinet, atque non minus scitu digna, aut vtilis est, quam vtrum dentur continuæ quantitates incommensurabiles inter se) non considerentur numeri, qui differentiam specificam mutuantur ab indiuiduis quæ indicant. Quid ad hanc quæstionem dicendum iuxta Logisticæ nostræ doctrinam, satis constat ex citata 4. Epistola; vtile

tamen

tamen foret, etiam legere dubium decimum capitis 5.

DEcimus septimus gradus requirit fundamenta doctrinæ de conicis sectionibus, & triangulis aut parallelogrammis cylindricis.

PRo hoc gradu seruit pars sexta Ideæ Logisticæ. In hac parte propositorum elementorum vtilitas, & vsus, melius apparebit ex secundo libro Ideæ Logisticæ, quando prodibit in lucem; interea assignare non possum authorem, apud quem plura legi possint de triangulis aut parallelogrammis cylindricis: quandoquidem ignorem Mathematicorum aliquem scripsisse de hac materia. Qui de conicis sectionibus bene,& fuse scripserint, plures inueniuntur; tum antiqui, tum etiam moderni authores; verum inter hos nullum inueni qui stabilitas proponat paucas præcipuas atque maxime necessarias propositiones, ex quibus cæteræ ad eamdem materiam spectantes satis commode possint inferri: quemadmodum ex paucis propositionibus in Idea Logisticæ prius stabilitis, inferuntur Euclidis aut Archimedis propositiones: propositæ cap. 3. partis 5. Ideæ Logisticæ; neque contendo ad talem finem sufficere quæ proponuntur in sexta parte Ideæ Logisticæ; hæc tamen, licet à pauco tempore impressa sint, non paucis profuerunt, tum vt aliorum de conicis sectionibus lucubrationes intelligerent, tum etiam vt in his, nonnullos qui irrepserant defectus aduerterent, atque emendarent.

Superatis his gradibus, per materias Mathematicas magis arridentes liberè diuagandi facultatem concedendam puto. Vt commodius, atque magis vniformi methodo possint proficere in materijs Phisico-Mathematicis, non parum arbitror profutura principia Physica quibus vtor, quæ tamen hactenus publici iuris facere integrum non fuit.

✠ ✠ ✠ ✠

CA-

CAPVT QVARTVM.

Proponuntur, & soluuntur aliqua dubia, siue quæsita: quæ Mathematicarum scientiarum candidatis videntur scitu vtilia.

DVbium primum. Eadem propositio, non potest esse rigorosum axioma, hoc est propositio per se nota; & theorema, hoc est propositio non per se nota; sed propositio contenta axiomate 3. partis 4. Ideæ Logisticæ, bene ab Euclide proponitur inter theoremata, & etiam in capite 8. libri 1. Logisticæ constituit theorema 4; ergo in parte 4. Ideæ Logisticæ, hæc eadem propositio male numeratur inter axiomata, atque tertium axioma, non est verum axioma rigorosum.

Respondeo distinguendo maiorem, eadem propositio non potest esse ex terminis nota siue axioma rigorosum, & non ex terminis nota siue theorema, suppositis ijsdem terminis siue definitionibus, concedo maiorem: suppositis diuersis terminis siue definitionibus, nego maiorem; sed propositio contenta axiomate 3. partis 4. Ideæ Logisticæ, bene ab Euclide, & in primo libro Logisticæ, à nobis numeratur inter theoremata: distinguo minorem: suppositis definitionibus quæ ab Euclide vel à nobis in libro primo supponuntur, concedo minorem: suppositis definitionibus quæ à nobis adhibentur in parte 4. Ideæ Logisticæ nego minorem: & nego consequentiam. In capite 8. libri primi Logisticæ expressè monemus, supponi à nobis doctrinam de proportionibus, propositam in libello nostro quem inscripsimus Geometriæ planæ elementa: quæ doctrina proxime conuenit cum illa quam P. Andreas Taquet proponit in suis Geometriæ elementis: de qua doctrina plura noto cap. 1. partis 4. Ideæ Logisticæ & expresse moneo me deserere hanc doctrinam à me prius adhibitam; adeo vt illa quæ de proportionibus dicimus in primo libro Logisticæ, vera sint, supposita doctrina, vel à me, vel à P. Taquet tradita in Geometriæ elementis;

verum

verum iuxta solidiorem nisi fallor proportionum doctrinam, quam propono in 4. parte Ideæ Logisticæ: theorema 4. cap. 8. lib. 1. Logisticæ, fit verum atque rigorosum axioma; quandoquidem immediatè pateat eius veritas, ex rationum æqualium definitione, quæ proponitur cap. 2. partis 4. Ideæ; quod caput legere iuuaret, si dubium occurrat an hæc definitio sit legitima. Similiter iuxta nostram proportionum doctrinam propositam in parte 4. Ideæ fiunt theoremata, variæ propositiones, quæ cap. 8. libri 1 Logisticæ iuxta aliam proportionum doctrinam afferuntur vera axiomata; vt intelligetur, si axioma 8. lib. 1. Logisticæ conferatur cum theoremate 5. cap. 3. partis 4. Ideæ Logisticæ:

Dubium secundum. Ab Euclide, aut eius commentatoribus annotata axiomata, sufficiunt pro doctrina elementorum Geometriæ & Arithmeticæ: igitur superflua, quæ his adduntur cap. 13. partis 2. Ideæ Logisticæ.

Respondeo. Ab Euclide & eius commentatoribus non expressè annotantur singula axiomata, quæ in discursibus supponuntur atque assumuntur, licet sint minus clara illis ipsis propositionibus quæ expressè annotantur inter axiomata (vtinam hoc non frequenter accideret) vt constet hoc accidere, sufficit ipsa prima propositio libri primi elementorum Euclidis, & videre, quæ circa hanc propositionem notantur in scholio pag. 102. lib. 1. epistolarum Mathematicarum.

Dubium tertium. Axiomata ab Euclide proposita, atque passim in scholis Mathematicis vsitata, sine necessitate aut vtilitate immutare: est sine fructu repræhensibilem & noxiam nouitatem affectare; atqui hoc fit in Logistica, vt patet, si cum axiomatibus propositis cap. 13. partis 2. Ideæ Logisticæ, conferantur axiomata proposita ab Euclide: ergo male mutantur axiomata.

Respondeo concessa maiori, nego minorem; vt vero sufficienter intelligatur quo fundamento negetur minor, satis est legere atque attente considerare, pauca quę hac de re noto cap. 12. partis 2. Ideæ Logisticæ.

Dubium quartum. Per solam vulgarem Arithmeticam & eius regulas quæ in Logistica negliguntur, possunt etiam facilius atque commodius solui multa problemata, quæ soluuntur per Logisticæ regulam: sed frustra & male longiori atque difficiliori via quæritur, quod magis compendiata ac commoda via licet consequi: igitur malę negliguntur istæ regulæ Arithmeticæ vulgaris.

Res-

Respondeo: concessa maiori: cæteris paribus concedo minorem: cæteris disparibus nego minorem, & nego consequentiam. Circa distinctionem minoris, nota Arithmeticam vulgarem & practicam de cuius regulis in proposito argumento agitur, esse artem Mathesi subordinatam, quæ suas regulas accipit a Mathesi speculatiua, quæ est scientia; cum igitur intentum nostræ Logisticæ sit docere illam Mathesim quæ scientia est, quamque in primo capite diximus artium dominam: non omnia quæ pro artibus aliquibus vtilia sunt reputari debent vtilia pro scientia huiusmodi artium domina. Deinde particulares regulæ, plerumque singulæ magis commodæ sunt vniuersalioribus: non ideo tamen totam particularium regularum multitudinem simul discere, atque retinere, facilius est, quam discere atque retinere vnam vniuersaliorem, per quam solam haberi possit, quidquid per particulares omnes simul haberi potest; quandoquidem igitur per vnicam Logisticæ regulam etiam scientificè inferri possit, quidquid purè practicè infertur, per practicæ Arithmeticæ regulas omnes simul sumptas: ac præterea alia propemodum innumera, pro quibus nihil iuuant dictæ regulæ particulares: negligimus istas regulas, non vt omni ex parte inutiles, sed vt non necessarias.

Dubium quintum. Vnitatem numerum appellare, est contra conceptum communem numeri: non tantum iuxta Euclidem qui dicit quod numerus sit ex vnitatibus composita multitudo, sed etiam iuxta Calepinum, atque apud Grammaticos vsitatam huius vocis expositionem; igitur Arithmeticæ introductionis cap. 6. item pag. 112. & alibi male statuitur quod vnitas sit numerus,

Respondeo. Verum quidem esse, quod vbi Euclides aut eius interpretes afferunt numeri definitionem, ità numerum definiant, vt hæc definitio non conueniat vnitati; & tamen nisi fallor iuxta horum authorum doctrinam continuè proportionalium numerorum series dicenda est illa, in qua primus terminus est vnitas diuisa per binarium, secundus terminus est vnitas, tertius terminus est binarius. Deinde non minus numerorum additioni, subtractioni, multiplicationi, atque diuisioni, annumerant praxes: in quibus circa vnitatem & aggregatum vnitatum, eiusmodi operatio instituitur: quam reliquæ, in quibus talis operatio instituitur circa duo vnitatum aggregata. Verum quidquid sit de definitione numeri, quæ ab Euclide atque eius interpretibus affertur: vel an singula quæ deinde de numeris agendo tradunt cohæreant cum hac definitione; nouum non est

in nostra Logistica Euclidis uennitiones non admittere : neque ad hoc tenemur , qui eius doctrinam non sequimur. Quod spectat ad Grammaticos , si apud ipsos vnitas dici non possit numerus : non percipio , quomodo numeros suos diuidant in singulares & plurales , vel certe in singulares, duale s, & plurales . Verum de vócum significatione , Grammaticales disputationes instituere , ad nos non pertinet.

Dubium sextum . In vsitata ab omnibus vulgaris & practicæ Arithmeticæ cultoribus regula aurea , qua ex datis tribus numeris inuenitur quartus proportionalis , manifestum est , secundum & tertium numerum posse inter se specie differre , & tamen pro inuentione quarti numeri proportionalis præscribitur , vt secundus & tertius numerus simul multiplicentur : ex quo constat, duos numeros diuersę speciei simul multiplicari posse:adeoque Exempli Gratia numerum quinque Iuliorum & numerum quinque Aureorum simul multiplicari posse . Quæro igitur, quis numerus producatur ex prædictis duobus numeris simul multiplicatis .

Ratio dubitandi est : quia si dicas ex hac multiplicatione produci numerum 25 Iuliorum : oppositum sic probatur . Supposito quod quæratur , vnus Iulius lucratur quinque Iulios , quinque Aurei quid lucrantur ? manifestum est quod per simplicem postremorum duorum numerorum multiplicationem , producatur quartus numerus proportionalis : sed etiam in casu proposito manifestum est , quod quartus numerus proportionalis non sit numerus 25 Iuliorum : ergo ex multiplicatione duorum postremorum numerorum , hoc est ex multiplicatione de qua quæstio instituta est,non producitur numerus 25 Iuliorum . Si dicas productum ex prædicta multiplicatione esse numerum 25 Aureorum: oppositum infertur tali argumento : Supposito quod quæratur , vnus Aureus lucratur quinque Aureos,quinque Iulij quid lucrantur ? manifestum est , quod ex simplici multiplicatione duorum postremorum numerorum producatur quartus numerus proportionalis : sed etiam in casu proposito satis patet , quod quartus numerus proportionalis non sit numerus 25 Aureorum : ergo ex multiplicatione duorum postremorum numerorum , hoc est ex multiplicatione de qua quæstio instituta est , non producitur numerus 25 Aureorum . Si dicas neque produci numerum 25 Iuliorum , neque numerum 25 Aureorum : oppositum concluditur tali argumento . Supposito quod quæratur vnus Iulius lucratur, quinque Aureos , quinque Iulij quid lucrantur ? manifestum est, quod

quod per simplicem postremorum duorum numerorum multiplicationem producatur quartus numerus proportionalis: sed etiam in casu proposito satis patet, quod quartus proportionalis numerus sit numerus 25 Aureorum: ergo ex multiplicatione duorum postremorum numerorum, hoc est ex multiplicatione de qua quæstio instituta est, producitur numerus 25 Aureorum, adeoque aliquis ex duobus numeris, quorum vnus est 25 Iuliorum, alter est 25 Aureorum.

Quandoquidem ex allatis argumentis constet ad propositam quæstionem responderi non posse quod ex multiplicatione de qua agitur, quæque ad vulgarem practicam Arithmeticam pertinet, producatur vel numerus 25 Iuliorum, vel numerus 25 Aureorum: hoc est aliquis ex duobus numeris quorum vnus est 25 Iuliorum, alter 25 Aureorum: & tamen etiam responderi non possit quod ex hac multiplicatione nullus ex istis duobus numeris producatur: videndum est quid responderi possit. In quem finem.

Notandum, quod dicitur pag. 62. Arithmeticæ introductionis ad Logisticam: nimirum in practica Arithmetica vnum numerum per alterum multiplicare, nihil aliud esse quam instituere regulam auream in quo ex tribus datis numeris primus est vnitas. Hinc patet, quod quærere productum quod oritur ex multiplicatione duorum numerorum, quorum vnus sit numerus quinque Iuliorum, alter sit numerus quinque Aureorum: nihil aliud sit, quam quærere quartum numerum proportionalem, in casu, in quo primus numerus est vnitas, atque ex secundo & tertio numero vnus est numerus quinque Iuliorum, alter est numerus quinque Aureorum; quæ quæstio sufficienter determinata non est, nisi statuatur, cum quo ex duobus posterioribus numeris speciei conueniat vnitas, quæ constituit primum ex tribus terminis pro regula aurea requisitis, vt quartus proportionalis inueniatur, quæque pro regula aurea ad longum proposita, expresse proponitur, verum in compendiata regula aurea quæ multiplicatio dicitur, subauditur.

Respondeo ad propositum dubium. In multiplicatione de qua agitur (quæque iuxta notam hic præmissam, est regula aurea compendiata in qua primus terminus est vnitas, atque primus terminus non exprimitur, sed subauditur) vnitas quæ subauditur, vel est vnus Iulius, vel est vnus Aureus: in primo casu ex multiplicatione proposita producitur numerus 25 Aureorum, vt infertur in argumento tertio loco proposito in ratione dubitandi; in secundo casu numerus qui ex multiplicatione produ-

citur est numerus 25 Iuliorum, vt facile euincitur, simili plane argumento, quo iam diximus constare quod respondimus ad primum casum. Denique independenter à cognitione speciei vnitatis quæ subauditur: statui non potest cuius speciei vnitates ex multiplicatione producantur: quandoquidem manentibus reliquis omnibus quæ in quæstione proponuntur, vnitates numeri ex multiplicatione producti, possint conuenire cum vtrolibet ex numeris pro multiplicatione propositis, vt patet ex primo & secundo argumento proposito in ratione dubitandi.

Antequam ad vlteriora dubia procedam, animi gratia, insinuo modum, quo ex alia materia magis proprie ad purum Philosophum spectante, ad propositas difficultates deduci posset Philosophus: atque illi, si satis oculatus non sit, molestia creari; etenim petendo vtrum legitime atque necessario sequatur, verum non est dicere quod aliquis ex duobus hominibus Caio & Titio doctus sit: ergo verum est dicere quod nullus ex duobus istis hominibus doctus sit; si affirmet hanc sequelam legitimam esse, oppositum probari potest argumento à pari, tali modo; non sequitur legitime verum non est dicere quod aliquis ex duobus numeris quorum vnus est numerus 25 Iuliorum alter est numerus 25 Aureorum, producatur ex multiplicatione duorum numerorum, quorum vnus est numerus 5 Iuliorum, alter est numerus 5 Aureorum: ergo verum est dicere quod nullus ex duobus numeris quorum vnus est 25 Iuliorum alter 25 Aureorum, producatur ex multiplicatione duorum numerorum, quorum vnus est numerus 5 Iuliorum alter est numerus 5 Aureorum; ergo non sequitur legitime, verum non est dicere quod aliquis ex duobus hominibus quorum vnus est Caius alter est Titius, doctus sit: ergo verum est dicere quod nullus ex istis duobus hominibus doctus sit; profecto disparitatem neque oculatissimus facile afferet, adeoque post hunc transitum remanet vt negetur antecedens: quod ità inferri potest; verum non est dicere quod ex multiplicatione duorum numerorum quorum vnus est numerus 5 Iuliorum alter numerus 5 Aureorum, producatur numerus 25 Iuliorum: & etiam verum non est dicere quod ex ista multiplicatione producatur numerus 25 Aureorum: ergo verum non est dicere quod ex ista multiplicatione producatur aliquis ex duobus numeris quorum vnus est 25 Iuliorum alter 25 Aureorum: Antecedentis partes singulæ inferuntur, in ratione dubitandi sexti quæsiti, siue dubij: adeoque satis patet, quomodo ex alia materia ad purum Philosophum spectante, deductus sit Philosophus ad difficultates indica-

dicatas: ex quibus se non facile expediet, si præter practicam Arithmeticam nihil ex Mathesi sit assecutus: satisque oculatus non fuerit, vt vlteriori difficultati viam intercludat, ad primam interrogationem respondendo sub distinctione, atque dicendo, quod si verum non est dicere quod aliquis neque determinate neque indeterminate sumptus ex duobus hominibus Caio & Titio doctus sit, necessario atque legitime sequi, nullum ex istis duobus hominibus doctum esse: licet tamen verum non sit dicere quod aliquis ex duobus determinate sumptus doctus sit, non necessario sequi nullum ex istis duobus doctum esse. Similiter ad dubium sextum responderi poterat, determinate nullus ex duobus numeris quorum vnus est 25 Iuliorum alter 25 Aureorum producitur ex proposita multiplicatione, sed tamen ex hac multiplicatione indeterminate aliquis ex istis duobus numeris producitur.

Dubium septimum. Axiomatis secundi, pag. 89. Ideæ Logisticæ propositi, sensus est, quod tantum præcisè crescat aut imminuatur proportio, quantum augetur vel imminuitur antecedens terminus proportionis, manente eodem consequente termino: non tamen apparet quinam sint isti termini, siue quæ definitiones, exquibus satis immediatè constet hæc propositio, vt possit dici axioma rigorosum.

Respondeo. Vt hoc non videntium, mentis oculi iuuentur: vtilis erit subsequens discursus. Ideæ Logisticæ pagina 42. lin. 6. affertur conceptus, siue definitio proportionis: dicendo, Ratio siue proportio est quantitas habens abstractam relationem magnitudinis ad aliam eiusdem generis quantitatem. Iuxta hanc nostram definitionem, quando dicitur ratio A *ad* B, per vocem ratio intelligendus est antecedens terminus A, habens abstractam relationem magnitudinis, ad consequentem terminum B: siue quod idem est, antecedens terminus A relatus ad consequentem terminum B: itaque iuxta nostram definitionem antecedens terminus A, relatus ad consequentem terminum B dicitur ratio, quemadmodum numerus A, diuisus per numerum B, dicitur fractio; vel subiectum A, habens albedinem B, dicitur album; vel vas A continens aquam B, dicitur vas aquam continens; vel vinum A mixtum aqua B, dicitur vinum mixtum. Iam vero omnibus satis notum arbitramur, quod numerus A diuisus per numerum B, augeatur in duplum: si in duplum augeatur numerus A, manente eodem diuisore B; Similiter quod subiectum A, habens albedinem B, in duplum augea-

geatur: quando in duplum augetur subiectum A, manente eadem albedine B; pari modo quod vas A, continens aquam B, augeatur in duplum: quando in duplum augetur vas A, manente eadem aqua B; Rursus quod vinum A, mixtum aqua B, in duplum augeatur: quando vinum A augetur in duplum, manente eadem aqua B; & consequenter, quod quantitas A relata ad quantitatem B, in duplum augeatur: quando quantitas A augetur in duplum, manente eadem quantitate B ad quam refertur; quoniam vero quantitas A relata ad quantitatem B, est illud idem, quod indicatur quando dicitur ratio A *ad* B, vt patet ex nostra rationis definitione: ex hac definitione videtur satis immediatè manifestum, quod ratio A *ad* B in duplum augeatur: quando antecedens eius terminus A augetur in duplum, manente eodem consequente termino B. Denique quoniam quod hic diximus de augmento in duplum termini A manifestum esse: similiter patet de quolibet augmento, vel imminutione eiusdem termini A: etiam ex prædicta nostra rationis definitione videtur manifestum, quod manente eodem consequente termino rationis, tantum precisè augeatur vel imminuatur ratio, quantum augetur eius antecedens terminus, vt asseritur in dicto axiomate secundo.

Dubium octauum. Pagina 50. Ideæ Logisticæ circa medium, dicitur, quantitatem discretam A ducere in quantitatem discretam B, est inuenire quantitatem discretam C, ità vt 1 *ad* A = B *ad* C: deinde supposita prius hac definitione ductus Arithmetici, quando pagina 95. eiusdem Ideæ venitur ad definitionem duarum rationum inter se æqualium: statuitur, quod omnes & solæ istæ duæ rationes dicendæ sint inter se æquales esse, quæ habent hanc proprietatem, vt productum ex Arithmetico ductu reali vel æquiualente extremorum terminorum, æquetur producto ex Arithmetico ductu reali vel æquiualente mediorum terminorum; igitur pro definitione ductus Arithmetici, supponitur cognitio rationum inter se æqualium: & vicissim pro definitione rationum inter se æqualium, supponitur cognitio ductus Arithmetici: quod vitiosum atque illicitum esse, nemo non videt.

Respondeo, vitiosum atque illicitum esse alicui defectus affingere, & temere suspicari oppositum eius quod expressè docetur: etenim si dictis pagina 96. Ideæ Logisticæ, addantur lineæ typographi erroribus insertæ, quæque expresse notantur addendæ: non remanebit obiectioni locus; quæ tamen in his lineis pro alijs sufficienter, pro tyronibus nimis compendiate indicata sunt,

paulo

aulo fusius atque intelligibilius proponere vtilissimũ arbitror.
Definitio ductus Arithmetici, tam integris, quam fractis
umeris vulgaribus communis, proponitur pag. 16: Arithmeti-
æ introductionis: dicendo, numerum vulgarem A, ducere in
umerum vulgarem B, esse idem ac inuenire numerum C, cuius
umerator oriatur ex tot numeratoribus numeri A simul addi-
is, quot vnitates indicantur à numeratore numeri B. denomi-
ator vero oriatur ex tot denominatoribus numeri A simul addi-
is, quot vnitates indicantur à denominatore numeri B. Singula
uæ requiruntur ad intelligentiam huius definitionis, satis ma-
ifesta sunt ex clarissima additionis definitione: atque adeo ha-
etur clarissima definitio Arithmetici ductus realis, plane in-
ependens ab omni notitia proportionis, aut proportionum
qualium; similiter, ex ijs quæ dicuntur de ductu primo & se-
undo Geometrico, (qui simul constituunt ductum Geometri-
um primæ classis:) satis patet, quid sit ductus Geometricus
rimæ classis: atque eius conceptus habetur ex motu locali lineę
el superficiei, plane independenter, non tantum à notitia pro-
ortionis, aut proportionum inter se æqualium, sed etiam in-
ependenter ab additione, à qua dependet conceptus realis du-
tus Arithmetici: totoque vt ita dicam cælo à veritate aberraret
ui conciperet superficiem tanquam aliquod linearum aggrega-
um, vel corpus tanquam aliquod superficierum aggregatum:
uandoquidem linea & aggregatum linearum sint quantitates
iusdem generis, verum linea & superficies non sint quantitates
iusdem generis; hinc patet, quomodo independenter à noti-
ia vel proportionis, vel proportionum æqualium: habeantur
uo conceptus maxime intelligibiles: quorum primus conuenit
Arithmetico ductui reali, alter conuenit Geometrico ductui
rimæ classis, qui aliter dicitur Arithmeticus ductus æquiualens:
uodque prior à posteriori multum differat: atque inter reli-
uas huiusmodi differentias, hanc inueniri, quod singuli geni-
ores Arithmetici ductus realis, sint quantitates eiusdem gene-
is cum producto quod habetur ex tali ductu; verum singuli ge-
itores Arithmetici ductus æquiualentis sint quantitates diuersi
generis à producto quod habetur ex hoc ductu. Iam vero, ex
rædictis duobus conceptibus, accipiendo illud, quod in illis
ommune est: atque præscindendo ab ijs in quibus inter se dif-
erunt: habetur alius conceptus conueniens ductui Arithmetico
non restricto ad realem vel æquiualentem; qui conceptus iterum
am facile habetur, atque tam clarus est, quam facile & clare

ex

ex duabus speciebus clare cognitis, habetur atque cognoscitur species aut genus, continens vtramque priorem speciem: atque hic conceptus communis ductui Arithmetico, tam reali quam æquiualenti, nullo modo dependet ab intelligentia aut proportionis, aut proportionum æqualium. Vltra hunc conceptum ductui Arithmetico reali atque æquiualenti conuenientem (ex quo manifestum est, quid sit productum ex Arithmetico ductu reali vel æquiualente) alium requirimus, ex quo cognoscatur quid sit duo eiusmodi producta esse inter se æqualia: ad hoc tamen nihil requiritur, nisi intelligere quid sit duas quantitates absolutas esse inter se æquales, cum singula ista producta sint quantitates absolutæ: idipsum vero intelligere necessarium est apud alios, vt vel ipsa prima Matheseos axiomata intelligantur, quale est illud quod asserit, si æqualibus addantur æqualia producta sunt æqualia: & tamen non inuenio aliquem qui laboret, vt exponat, vel conetur declarare, quid sit, duas quantitates absolutas esse inter se æquales: adeo hoc ab omnibus existimatur maxime intelligibile atque manifestum; eo ipso tamen quod cognoscatur quid sit duas quantitates absolutas inter se æquales esse,& præterea intelligatur quid sint producta ex Arithmetico ductu reali vel æquiualente (quæ singula vt iam ostendimus cognoscuntur, & facile,& independenter à cognitione aut rationum, aut rationum æqualium) atque his addatur nostra definitio rationis, siue intelligentia eius, quod per vocem ratio significatur: habentur omnia quæ requiruntur ad intelligentiam nostræ definitionis, quæ omnibus & solis rationibus æqualibus conuenit: statuitque omnes & solas illas duas rationes dicendas inter se ęquales, quæ habent hanc proprietatem, vt productum ex Arithmetico ductu reali vel æquiualente extremorum terminorum, æquetur producto ex ductu reali vel æquiualente mediorum terminorum; huic vero definitioni innititur altera ductus siue multiplicationis Arithmeticæ definitio: quæ proponitur pagina 50. Ideæ Logisticæ, quęque vsitata est, etiam apud alios Mathematicos. Plura non existimo requiri, vt tyrones intelligant quod in supra memoratis lineis breuiter indicatum est: quamque alienum sit à nobis crimen, quod in proposito dubio opponitur nostræ definitioni rationum æqualium. Quod alij qui Matheseos elementa scripserunt, vel hanc, vel aliam intelligibilem atque vtilem rationum æqualium definitionem afferre non potuerint: non aliunde factum arbitror, quam quod non sufficienter intellexerint quid sit ratio aut proportio; quodque

ie apud Mathematicos significatum vocis ratio, & vocis quan-
tas (vbi de specifica quantitate sermo est, non enim genericę,
d specificæ tantum quantitates inter se rationem habent) non
liter inter se differant, quam quantitas relata, & quantitas
bsoluta: de quo plura ad dubium præcedens; etenim hoc co-
nito, difficile non erat, ex facile cognoscibili æqualitate, quæ
nuenitur inter duo producta multiplicationum, quæ singula
int quantitates absolutæ: definire, atque cognoscere, duas
quantitates relatas: hoc est duas rationes inter se æquales, vt
it in nostra definitione: præsertim, cum apud ipsos maxime
sitatum sit, eo modo per proprietatem definire quantitates ab-
olutas, quo nos definimus rationes æquales: atque Exempli
Gratia dicere, quod circulus sit superficies plana vnica linea
erminata, quæ habet hanc proprietatem, vt singula circumfe-
entiæ puncta, æqualiter distent ab aliquo eodem puncto, in-
ra circulum constituto; hic enim sensus est definitionis circu-
i, quæ in Euclidis elementis affertur, licet non proponatur
ijsdem planè vocibus quas hic adhibuimus.

Dubium nonum. Logistica adhibet sex axiomata hypothe-
tica quæ proponuntur pagina 71. Ideæ Logisticæ: hoc est sex
propositiones quæ ex terminis notæ non sunt, atque adeo pro-
batione indigent, & tamen non probantur, sed gratis suppo-
nuntur: licet his axiomatibus hypotheticis innitantur omnia
theoremata demonstrata in parte 5. Ideæ Logisticæ; quoniam
igitur verè ac legitimè demonstratum dici non potest, quod in-
fertur ex propositionibus non demonstratis, & tamen demon-
stratione indigentibus: magna pars theorematum quæ in Logi-
stica asseruntur demonstrata; non possunt dici verè ac legiti-
mè demonstrata.

Respondeo primò. Iuxta reflexionem quæ incipit pag. 16.
Ideæ Logisticæ: Mathematicæ demonstrationes diuiduntur in
rigorosas, & hypotheticas; quo posito, inter verè ac legitimè
demonstratas Matheseos propositiones, vel admittendæ sunt
solæ illæ quæ rigorosè demonstrantur, vel etiam admittendæ
sunt quæ hypotheticè demonstrantur. Si secundum supponа-
tur, male in proposito dubio assumitur, quod verè ac legitimè
demonstratum dici non possit, quod infertur ex propositioni-
bus non demonstratis atque demonstratione indigentibus, hoc
est ex principijs hypotheticis: atque adeo in proposito dubio
supponitur primum, nimirum verè ac legitimè demonstratam
dici non posse propositionem Mathematicam, quæ rigorosè

G demon-

demonstrata non est; quo supposito, vel argumentum affertur vt contrarium Mathematicis omnibus, vel vt non omnibus sed specialiter nobis contrarium. Si primum, dico duplicem inueniri modum probandi aliquam propositionem veram ac certam esse, nimirum à priori, atque tantummodo assumendo propositiones ex terminis notas aut ex his legitimè deductas: secundò, à posteriori, nimirum ex ipsa propositione quæ probanda est, inferendo diuersas alias propositiones, ac denique ex eo quod semper veræ propositiones inferantur, neque vnquam falsa aliqua inferri possit, concludendo, propositionem probandam veram esse: iuxta Metaphisicæ axioma commune, asserens, ex vero nil nisi verum, ex falso sequi quidlibet. Iam vero licet Mathematici assumant aliquas propositiones à priori non probatas, neque per se notas, tamen per hoc quod ex assumptis propositionibus vera plurima inferant, nunquam vero falsi aliquid inferre possint: sufficienter atque legitimè à posteriori probant huiusmodi assumptas propositiones veras esse: atquehoc modo à posteriori sufficienter & legitimè probata esse nostra sex principia hypothetica, negari non potest: cum tam multas veritates ex ipsis inferamus, neque falsum aliquid inferri potuerit vel à me, vel ab vllo alio. Simili modo à posteriori tantum probatæ propositiones, non male assumuntur aut adhibentur ab alijs Mathematicis, Hæc pauca pro communi causa videntur sufficere. Si secundum supponatur, nimirum argumentum afferri, non vt omnibus Mathematicis sed specialiter nobis contrarium: adeoque supponatur saltem aliquos ex Mathematicis sua omnia rigorosis demonstrationibus stabilita proponere, ita vt nullas assumant, aut supponant propositiones, quæ vel rigorosa axiomata non sint, vel ex rigorosis axiomatibus legitimo discursu non sint illatæ. Respondeo, magnam malitiam vel magnam Mathematicarum rerum ignorantiam requiri, vt supponatur atque credatur verum suppositum, ex quo contra nos argumentum deducitur. Etenim Mathematici qui sua omnia rigorosis demonstrationibus stabilita proponere supponuntur: vel scripserunt Matheseos elementa, vel ab alijs scripta elementa supponunt; si secundum, eo ipso quod elementa quæ supponuntur ab huiusmodi authoribus, rigorosæ demonstrata non sunt: manifestum est, dici non posse rigorosè demonstrata, quæ ex huiusmodi elementis inferunt, atque illis suppositis concludunt; quam ob rem necesse foret dicere, Matheseos elementa extare, in quibus singula rigorosis discursibus stabilita inueniantur,

antur; atque huiusmodi elementa dicenda forent, vel Eucli-
is nomine inscripta & passim vsitata, quæ ab Archimede, Apol-
onio Pergeo, alijsque antiquioribus aut magis modernis maxi-
nique nominis Mathematicis supponuntur: vel certe elementa
ricuius maxime moderni, atque non passim cogniti, aut sal-
ēm mihi ignoti authoris. Si rigorosè fuissent demonstrata,
nmo si grauioribus quibusdam defectibus non laborassent, an-
e initium huius seculi nostri impressa Matheseos elementa,
uæ Euclidis nomine inscribuntur: siue ab Euclide prius propo-
tas, siue pro his substitutas aliorum demonstrationes contine-
nt; certe hoc seculo tam multi non fuissent conati hæc elemen-
a corrigere, atque meliora proponere; nimis longa narratione
nihi opus foret si ex pluribus Euclideorum elementorum defe-
tibus, deberem recensere paucos, quos coactus fui sparsim in-
icare in libellis hactenus scriptis de nostra Logistica: vt de ter-
ninate aliqui sciantur, legi posset caput 12. partis secundæ Ideæ
ogisticæ, & caput primum partis quartæ eiusdem Ideæ. Ex
aucis, quæ in citatis capitibus notantur, abunde constat, quod
acilius foret ostendere nihil vsquam rigorosè demonstratum
nueniri apud Euclidem, quam elementa eius rigorosis discursi-
us demonstrata subsistere. Si de aliquo magis moderno au-
ore dubitetur, an rigorosis demonstrationibus stabilita pro-
onat sua elementa: videri potest vtrum non inciderit in illa,
uæ circa Euclidis doctrinam à nobis indicantur, & consequen-
er eodem aliquo ex capite elementa eius dici non possint rigo-
osis discursibus fundata. Denique generaliter circa rigorosas
lementorum demonstrationes, saltem ego sic discurro: in ele-
entis in quibus termini non sufficienter exponuntur, nihil ve-
è dici potest notum ex terminis: vbi autem deficiunt ex ipsis
erminis notæ propositiones, nullas demonstrationes rigorosas
nueniri posse, satis manifestum est; igitur nullæ inueniri pos-
unt rigorosę demonstrationes, in elementis, in quibus termini
ufficienter expositi non inueniuntur: atqui (pro ea Mathesi quę
cientia est, ad quam propriè spectant rigorosę demonstratio-
es) sufficienter expositi non possunt dici termini, quando ex
erminorum expositione intelligi non potest, qui sint, aut quo-
nodo inter se differant, conceptus correspondentes ipsis termi-
is: igitur nihil rigorosè demonstratum inueniri potest in Ma-
heseos elementis, in quibus ex terminorum expositione intel-
igi non potest, qui sint, aut quomodo inter se differant, ipsis
erminis correspondentes conceptus; quod si verum est, nemo

non videt etiam verissimum esse, nihil rigorosè demonstratum inueniri posse apud illos authores, qui non definiunt aut exponunt, quantitatem continuam, quantitatem discretam, proportionem, angulum: vel certe ita definiunt aut exponunt, vt ex ipsis definitionibus atque expositionibus, intelligi non possit, qui sint, aut quomodo inter se differant conceptus correspondentes istis vocibus, pro Mathesi maxime necessarijs, atque ab omnibus vsitatis; Exempli Gratia, vtrum proportio, vel angulus quantitas sit: & consequenter quantitatibus omnibus communes proprietates necessario admittat; vel penes quid inter se conueniant aut differant, continua atque discreta quantitas: aliaque huiusmodi pluribus passim exposita in Logisticæ Idea. Hęc terminorum intelligentia, quanti referat pro Mathesi, ignorare non potest mediocriter versatus in nostra methodo; qui non male statuunt parum referre; non scientię Mathematicę, sed tantum artium huic scietię subordinatarum cultores sunt; quoniam enim ad artes non pertinent rigorosę demonstrationes, pro his rudis terminorum intelligentia sufficit; verum scientiam componere, cum ignorantia obiecti ipsius scientię aut conceptuum qui respondent terminis necessarijs pro tali scientia: prorsus impossibile esse, non facile negabit, qui omnis scientię ignarus non est.

Hactenus dictis ad dubium propositum, addi possunt, quæ ad simile dubium respondimus cap. 13. partis 2. Ideæ Logisticę.

Dubium decimum. Iuxta Logisticam numerus definitur, vnitas vel vnitatum aggregatum: atqui manifestum est, tum vnitatem, tum etiam quodlibet vnitatum aggregatum, indicari posse per numeros vulgares: ergo quod indicari siue exprimi non potest per vllum numerum vulgarem, non potest dici numerus: sed ex propositione 9. epist.4. lib. 1. epistolarum Mathematicarum, constat multos numeros radicales, Exempli Gratia R 1 ✶ 200, indicari siue explicari non posse vllo numero vulgari: ergo huiusmodi numeri radicales non possunt dici numeri: ergo male in Logistica agitur de numeris radicalibus, ac si essent veri numeri.

Prętcrea, cum iuxta Logisticę definitionem omnis numerus sit vel vnitas vel vnitatum aggregatum, singuli numeri mensurantur ab vnitate: igitur non dantur vlli duo numeri qui singuli non mensurentur ab vnitatę: sed duo numeri qui singuli mensurantur ab vnitate, pro communi mensura habeant vnitatem:

m: ergo non dantur vlli duo numeri qui nullam omnino men-
suram communem habeant: sed ex prop. 12. & 13. epistolę
. libri 1. epistolarum Mathematicarum satis constat, quod mul-
numeri radicales nullam omnino mensuram communem ha-
beant: ergo multi numeri radicales non sunt veri numeri; ergo
male in Logistica agitur de numeris radicalibus, ac si essent ve-
ri numeri.

Denique intelligi non potest, quod, vel quale sit vnitatum
aggregatum quod indicatur, siue æquiualet, numero qui dici-
tur radix prima numeri 200: ergo supposito quod hic numerus
radicalis possit dici numerus, tunc etiam dici debet, numerus
nullo modo intelligibilis, adeoque chimæricus: ergo etiam Logi-
stica, cum aliorum Algebra habet commune, suum aucupium chi-
mærarum: atque vtitur numeris imaginarijs; igitur non subsi-
stit differentia inter Logisticam & Algebram, quę breuiter insi-
nuatur circa finem reflexionis 4. Arithmeticæ introductionis ad
Logisticam, in deriuatione Logisticæ ex Arithmetica vulgarî.

Respondeo, numeros radicales, non minus verè ac propriè
loquendo esse numeros, quam vulgares: atque definitionem
differentem quod numerus sit vnitas vel vnitatum aggregatum,
conuenire omnibus numeris radicalibus: singulosque numeros
radicales indicare, non minus veras & intelligibiles vnitates,
aut vnitatum aggregata, quam indicentur à numeris vulgari-
bus.

Vt melius intelligatur, quod respondetur ad propositum du-
bium: notandum quamlibet distantiam duorum punctorum
A & B explicari posse per numerum vulgarem alicuius speciei:
Exempli Gratia dicendo quod distantia punctorum A & B sit
10 palmorum, siue 10 mensurarum X: cum enim mensura X,
nihil aliud sit quam linea quam placuit appellare mensuram X,
qualiscunque sit distantia punctorum A & B, pro mensura X as-
sumendo decimam partem lineæ A B, verum erit distantiam
punctorum A & B esse decem mensurarum X. Præterea, ma-
nente hypothesi quod distantia punctorum A & B sit decem pal-
morum, vel mensurarum X: iterum vt prius manifestum est, vl-
terius verificari, atque supponi posse, quod distantia punctorum
A & C sit 10 pedum, vel mensurarum Z: qualiscunque sit linea
A C: dummodo pro pede, siue mensura Z, assumatur decima
pars lineæ A C; quare supposito quod eiusdem quadrati latus
sit A B, atque diameter sit A C: verum esse potest quod di-
stantia punctorum A & B, sit 10 mensurarum X: & insuper
quod

quod distantia punctorum A & C, sit 10 mensurarum Z; facta igitur hypothesi quod eiusdem quadrati latus sit A B, atque diameter sit A C; quodque distantia punctorum A & B, sit 10 mensurarum X: & insuper quod distantia punctorum A & C, sit 10 mensurarum Z; nemo non videt, commodo, atque passim vsitato modo, per vulgares numeros posse intelligibiliter indicari, tam distantiam punctorum A & B, quam distantiam punctorum A & C: dicendo quod puncta A & B, ab inuicem distent 10 mensuris X: & præterea quod puncta A & C, ab inuicem distent 10 mensuris Z; quare si numeri radicales de quibus in proposito dubio agitur, quique asseruntur nullo modo intelligibiles, atque chimærici, alio tantum loquendi modo significent numeros eosdem, siue æquales, illis vulgaribus numeris, quibus in proposita hypothesi diximus, maxime intelligibili atque vsitato modo explicari distantiam, tam punctorum A & B, quam punctorum A & C: certe constabit dictos radicales numeros, non inexplicabiles, non chimæricos, sed maxime intelligibiles & facile explicabiles esse: ac præterea non minus vera ac propriè dicta vnitatum aggregata indicare, quam indicentur à prædictis vulgaribus numeris. Superest igitur vt afferam aliquem ex numeris radicalibus, de quibus dubitatur an sint intelligibiles aut explicabiles per vulgares numeros: atque ostendam, illum æqualem esse vni ex prædictis numeris vulgaribus facile intelligibilibus & passim vsitatis: atque manente hypothesi prius hic proposita, talis erit R 1 ✳ 200 X; quod hic numerus radicalis nullam radicem primam habeat, satis constat ex prop. 12. epist. 4. lib. 1. epistolarum, atque adeo est vnus ex illis radicalibus numeris de quibus tantum incidere potest dubium, vtrum indicet vnitatum aggregatum, aut explicabilis sit per vulgarem numerum. Assero itaque R 1 ✳ 200 X = 10 Z, atque adeo priorem qui radicalis est & prima radice caret, recte explicari per posteriorem qui vulgaris est, atque ab omnibus intelligibilis. Hanc assertionem ita probo. Per hypothesim 10 X *ad* 10 Z = A B *ad* A C: ergo 10 X 2 *ad* 10 Z 2 = A B 2 *ad* A C 2: sed 10 X 2 = 100 X, item 10 Z 2 = 100 Z: ergo 100 X *ad* 100 Z = A B 2 *ad* A C 2: atqui per prop. 12. epist. 4. lib. 1. epistolarum, 2 A B 2 = A C 2: ergo etiam 200 X = 100 Z: ergo R 1 ✳ 200 X = R 1 ✳ 100 Z: sed R 1 ✳ 100 Z = 10 Z: ergo R 1 ✳ 200 X = 10 Z. Quod erat probandum.

Quando dicitur quod aliquis vulgaris numerus, Exempli Gratia numerus 200, non habeat radicem primam exprimibilem

per

: numerum vulgarem : sermo est de numeris vulgaribus indi-
ntibus eiusdem speciei indiuidua, atque adeo tantum asseritur,
n esse possibilem aliquem numerum vulgarem indicantem
usdem speciei indiuidua cum numero 200, qui sit æqualis radici
imæ numeri 200; quare supposito quod numerus 200 indicet
diuidua non restricta ad speciem inferiorem, tunc non est possi-
lis numerus vulgaris indicans indiuidua non restricta ad spe-
em inferiorem, qui sit æqualis radici primæ numeri 200; Simi-
ter supposito quòd numerus 200 indicet indiuidua restricta ad
lmos, siue indiuidua palmaria: tunc non est possibilis numerus
lgaris indicans indiuidua palmaria, qui æquetur radici primæ
meri 200. Quando autem asseritur quod numerus vulgaris
0 non habeat radicem primam exprimibilem per numerum
lgarem : nullo modo negatur inueniri numerum vulgarem qui
dicet indiuidua diuersa ab indiuiduis indicatis à numero 200,
ii sit æqualis radici primæ numeri 200; etenim supposito quod
imerus 200 indicet indiuidua palmaria, dari potest numerus
lgaris qui indicet indiuidua pedalia, atque æqualis sit radici
imæ numeri 200: vt patet in paulò ante proposita hypothesi,
 qua ostendimus verum esse, quod numerus vulgaris 10 pedum
t æqualis radici primæ numeri 200 palmorum. Denique licet
rum sit, quod dari non possit numerus vulgaris qui sit æqualis
dici primę numeri 200, ita vt indicet indiuidua eiusdem speciei
m indiuiduis indicatis à numero 200: tamen hoc verum non
t de numeris radicalibus; sed supposito Exempli Gratia quod
umerus vulgaris 200 indicet indiuidua palmaria, poterit dari
umerus radicalis indicans indiuidua palmaria, atque ęqualis sit
adici primæ numeri 200; & generaliter qualiacunque sint indi-
idua indicata à vulgari numero 200, poterit dari radicalis nu-
erus indicans eiusdem speciei indiuidua, qui æqualis sit radici
rimę vulgaris numeri 200; etenim scriptio R 1 ✳ 200 exhibet
adicalem numerum qui est æqualis radici primæ numeri 200,
tq; indicat indiuidua eiusdem speciei cum indiuiduis indicatis
 numero 200, qualiacunque tandem indiuidua indicet numerus
00. Hæc videntur mihi sufficere, vt constet verum esse quod
espondimus ad propositum dubium. Reliquum est vt respon-
leamus breuiter ad argumenta contra nostram Logisticam al-
ata.

Circa primum argumentum, concessis anterioribus proposi-
tionibus, distinguo illam propositionem in qua assumitur, quod
R 1 ✳ 200 indicari non possit per vulgarem numerum : atque
conce-

concedo, hanc radicem indicari non posse per numerum vulgarem indicantem indiuidua eiusdem speciei cum indiuiduis indicatis à numero 200: id enim tantum euincitur in citata propositione nona, vt notatur ad XVI gradum; nego tamen hanc radicem indicari non posse per numerum vulgarem, indicantem indiuidua diuersæ speciei ab indiuiduis quæ indicantur à numero vulgari 200. quandoquidem in hypothesi paulò antè hic proposita, per numerum vulgarem exposuerimus radicem primam numeri 200, atque ostenderimus R 1 ✳ 200 X = 10 Z: ex quo satis patet falsum esse quod vlterius infertur.

In secundo argumento, distinguo propositionem asserentem quod singuli numeri mensurentur ab vnitate: singuli numeri indicantes eiusdem speciei vnitates, mensurantur ab vnitate talis speciei indiuiduum indicante concedo: singuli numeri non indicantes vnitates eiusdem speciei, mensurantur ab vnitate eiusdem speciei indiuiduum indicante, nego: ex quo satis constat bene inferri quod non dentur duo numeri eiusdem speciei indiuidua indicantes, qui nullam omnino mensuram communem habeant: sed tamen male inferri, & falsum esse, quod non dentur vlli numeri qui nullam mensuram communem habeant.

Quod in tertio argumento assumitur, nimirum intelligi non posse, quod, vel quale sit vnitatum aggregatum, quod indicatur à radice prima numeri 200: hoc inquam falsum esse iuxta nostram Logisticam: satis patet ex ijs quæ paulò antè hic notauimus; idem verum esse iuxta Algebræ doctores, facile concedo: etenim nisi fallor plurima alia in Mathesi facile intelligibilia, neque percipiunt, neque inquirunt: licet talia sint, vt numerentur inter fundamenta quibus innititur ars illa, quæ Algebra appellatur; hoc tamen ex capite non videntur reprehensibiles; quidquid enim sit de excellentia & laudibus quibus artem istam extollunt, tamen vix vllum Algebræ scriptorem inuenio adeo ignorantem, vt neget Algebram artem esse; quam non pauci satis apposite comparant Ariadnæ filo, quo ducente, etiam cæci, vel clausos habentes oculos, per labyrinthum inueniunt viam, per quam filum excurrit. Iam vero, iuxta ea quæ capite primo annotauimus, non ad artem Mathesi subordinatam: sed ad Mathesim ipsam, quæ scientia est, quæque docetur in nostra Logistica, pertinet examinare, inquirere, atque intelligere fundamenta regularum, quibus vtuntur artes Mathematicæ: & quoniam inter artes istas numeretur Algebra, certe qui Algebram docent, muneris sui partes omnes adimplent, quando & pro

c arte requisitas regulas bene proponunt, atque regularum
um sufficienter exponunt: permittendo scientificæ Mathe-
os amatoribus curam, aut inquirendi, atque examinandi
gularum fundamenta: aut inferendi regulas ex scientificis
incipijs. Non vulgari beneficio sibi obstringeret Algebram,
ui artis huius directrices regulas, hactenus non satis stabili-
s, ex principijs scientificis interendo, redderet bene funda-
s: sic enim nullo venturo tempore ruinam deberet pertime-
ere; verum à quo tantum beneficium impetrauerit, hacte-
us inuentus est nemo: immo neque aliquando inueniendum,
on omnino temere suspicari potest, qui attente considerat,
uales nugas, qualia monstra, quales chimæras assumant, pro
ndamentis, quotquot conati sunt indicatum beneficium
æstare Algebræ: quos propterea varijs in locis putaui ap-
llandos aucupes chimærarum. Cæterum inter præstantes
athefeos artes numerandam esse Algebram, nusquam ne-
o: multoque minus hanc artem damno: sed vt alibi dixi,
ntum non probo eius apparatum, tot nouis atque non ne-
ssarijs vocabulis abundantem, vt artis huius candidatis ma-
rem molestiam creent ipsa vocabula, quam artis præcepta.
exemplum placet, lege prob. 2. cap. 5. lib. 1. Logisticæ:
raxis quæ hoc problemate à nobis docetur, à Francisco Vie-
, speciosæ Algebræ inuentore, appellatur Hypobibasmus:
cap. 5. Isagoge in artem analyticam; *Hypobibasmus*, inquit,
*laqua depressio potestatis & parodicorum graduum obseruato scala
dine, donec homogeneum sub depressiore gradu cadat in datum
nnino homogeneum cui comparantur reliqua*, ita ipse: neque plu-
, ex passim obuijs pluribus exemplis requiri existimo, vt
ntelligatur verum esse, quod de Algebræ apparatu, vocabu-
sque inutilibus, & candidatos terrentibus hic breuiter volui
otare: vt amicissimus mihi Dominus N. N. in responsio-
e ad suum argumentum inueniat, quæ quadrant notis argu-
ento adiectis; alia nonnulla pro reliquis notis, & etiam pro
ogisticæ nostræ candidatis vtilia inueniuntur pagina 84.
tribus proxime sequentibus, in Arithmetica introductione
d Logisticam: & in aliquibus ex subsequentibus dubijs.

Dubium vndecimum. Vsus quinti axiomatis hypothetici
ropositi cap. 13. partis 2. Ideæ Logisticæ, multo molestior
st, vsu reliquorum axiomatum quæ ibidem proponuntur:
uæritur an huic molestiæ remedium nullum afferri possit?
Præterea ibidem propositum sextum axioma hypotheticum,

non videtur vniuersaliter verum esse: etenim supposito quod arcus A B habeat sinum D B, quodque arcus A R habeat sinum X: tunc A B *in* A K ductu 5 *ad* A R *in* A K ductu 5 non = A B *in* A K *ad* A R *in* A K; Quod ostendo tali discursu. Per axioma 5 hypotheticum A B *in* A K ductu 5 *ad* A B *in* A K ductu 1 = D B *ad* A B: sed A B *in* A K ductu 1 *ad* A R *in* A K ductu 1 = A B *ad* A R: ergo ex æquo A B *in* A K ductu 5 *ad* A R *in* A K ductu 1 = D B *ad* A R: atqui per axioma 5 hypotheticum, A R *in* A K ductu 1 *ad* A R *in* A K ductu 5 = A R *ad* X; ergo ex æquo A B *in* A K ductu 5 *ad* A R *in* A K ductu 5 = D B *ad* X: sed D B *ad* X non = A B *ad* A R, vt satis manifestum est: ergo A B *in* A K ductu 5 *ad* A R *in* A K ductu 5 non = A B *ad* A R: atqui A B *in* A K *ad* A R *in* A K = A B *ad* A R: igitur A B *in* A K ductu 5 *ad* A R *in* A K ductu 5 non = A B *in* A K *ad* A R *in* A K; Quod erat probandum.

Fig. 1.

Respondeo hic proponi duo dubia, prima fronte plane diuersa, sed tamen inter se maxime connexa: non tantum quia singula spectant ad nostra principia hypothetica: verum etiam, quia supposita mutatione quinti axiomatis hypothetici (quæ mutatio vtilis est vt primo ex his duobus dubijs satisfiat) necessaria est mutatio sexti axiomatis hypothetici: ne illi aduersetur difficultas quæ mouetur in secundo ex duobus dubijs hic propositis.

Respondeo ad primam partem dubij hic propositi, quod ex quinto nostro axiomate hypothetico resultans specialis difficultas, duplex considerari potest. Prima difficultas est, quæ resultat ex eo quod in quinto axiomate asserta proportio quam habet ductus primus ad ductum quintum, exprimatur per quantitates continuas: reliqua vero axiomata ibidem proposita, in numeris vulgaribus exhibeant proportionem quam asserunt: adeoque tanto difficilius est quintum, quam ex reliquis quodlibet axioma adhibere, quantò difficilior est vsus quantitatum continuarum, vsu vulgarium numerorum. Vt quinti axiomatis hypothetici, prima hæc difficultas tolleretur: necesse foret, in numeris vulgaribus exhibere proportionem, quam habet ductus primus ad ductum quintum; & quoniam hæc proportio est eadem cum proportione quam habet quarta pars circumferentiæ circuli, ad radium eiusdem circuli, quando basis quæ ducitur ductu quinto est quarta pars circumferentiæ circuli: necesse foret in vulgaribus numeris

eris exhibere proportionem, quam habet quarta pars cir-
umferentiæ circuli, ad eiusdem circuli radium: adeoque
roponere veram circuli quadraturam. Altera quinti axio-
atis difficultas est, quod ex solis Logisticæ nostræ elementis,
lerumque satis commodè atque immediatè demonstrari pos-
nt propositiones, in quibus statuitur aliquid de proportio-
e inter duas quantitates productas ex reliquis ductibus: ve-
ım pro demonstrationibus propositionum aliquid statuen-
ıum de proportione quantitatum, quarum aliqua producitur
uctu quinto, non raro necesse sit assumere aliquas propositio-
es, quæ non numerantur inter Logisticæ elementa, licet ex his
emonstrari possint. Hæc secunda difficultas, oritur ex eo,
uod ductus quintus nominatus pro vt in Idea Logisticæ pro-
onitur, satis restrictus sit: quare in maiori vniuersalitate
ım ductus quinti nominati, tum axiomatis quinti hypothe-
ci, huic ductui correspondentis: haberetur remedium pro
ac secunda difficultate; quod an ita sit, experientia melius
uam allatis à me rationibus disci poterit: si pro ductu quin-
o proposito cap.3. partis 2. Ideæ Logisticæ substituatur siue
dhibeatur ductus quintus ampliatus quem hic propono, &
onsequenter pro axiomate quinto hypothetico quod notatur
ap.13. partis 2. Ideæ Logisticæ, substituatur, siue adhibeatur
xioma quintum ampliatum, quod hic subsequitur ductum
uintum ampliatum, atque illi respondet; ac denique pro sex-
o axiomate hypothetico proposito cap. 13 partis 2. Ideæ Lo-
isticæ, substituatur sextum axioma hypotheticum amplia-
um, quod propono in responsione ad secundam partem huius
ndecimi dubij.

Ductus quintus Geometricus ampliatus.

Supposito quod superficies A D B sit quadrans circuli, cu-
us arcus A B, vtcunque diuisus sit in punctis P & R: ex
uibus ad centrum D, ductæ sint rectæ P D & R D: quod-
ue quadrans B D A, præcisè tantum motu rotationis cir-
umferatur circa axem D B, ità vt arcus descriptus à pun-
to A, sit A K; intelligi potest superficies producta, vel
toto arcu B A, vel à quauis eius parte B P, vel P R, vel
A. Præterea intelligi potest, corpus productum, vel à to-
o quadrante B D A, vel à quolibet eius sectore B D P, vel
D R, vel R D A. In hac hypothesi, superficies quæ in-

Fig. 1.

telligitur producta, vel ex toto arcu B A vel ex quauis eius parte, appelletur ſuperficies producta ductu quinto ampliato: & ſimiliter ductu quinto ampliato produci dicatur, quodlibet corpus, quod in propoſita hypotheſi intelligitur produci vel ex toto quadrante B D A, vel ex quouis eius ſectore: hoc eſt ex quauis parte quadrantis, terminata vno quadrantis arcu, & duobus eiuſdem quadrantis radijs in eius centro D concurrentibus. Adeo vt productum ex ductu quinto ampliato dici poſſit, tum quæuis ſuperficies quæ in propoſita hypotheſi intelligitur produci, vel à toto arcu B A, vel à quauis eius parte: tum etiam quoduis corpus, quod in propoſita hypotheſi intelligitur produci, vel à toto quadrante A D B, vel à quouis eius ſectore. Hoc modo intelligendo ductum quintum ampliatum, ſcriptio B A *in* A K ductu 5, ſignificat ſuperficiem in propoſita hypotheſi productam ex arcu B A. Scriptio B P *in* A K ductu 5, ſignificat ſuperficiem in propoſita hypotheſi productam ab arcu B P. Scriptio PR*in*AK ductu 5, ſignificat ſuperficiem in propoſita hypotheſi productam ab arcu P R. Scriptio R A *in* A K ductu 5, ſignificat ſuperficiem in propoſita hypotheſi productam ab arcu R A. Similiter ſcriptio B D A *in* A K ductu 5, ſignificat corpus in propoſita hypotheſi productum à quadrante B D A. Scriptio B D P *in* A K ductu 5, ſignificat corpus in propoſita hypotheſi productum à ſectore B D P. Scriptio PDR*in*AK ductu 5, ſignificat corpus in propoſita hypotheſi productum à ſectore P D R. Scriptio R D A *in* A K ductu 5, ſignificat corpus in propoſita hypotheſi productum à ſuperficie R D A. Quales ſint ſuperficies, vel qualia ſint corpora, quæ in propoſita hypotheſi, adeoque ductu quinto ampliato produci poſſunt, facile intelligitur ex ipſo conceptu ductus quinti ampliati, quem hic expoſuimus.

Vt hic ductus quintus ampliatus adhibeatur loco ductus quinti magis reſtricti qui exponitur cap. 3. partis 2. Ideæ Logiſticæ, pro quinto atque magis reſtricto axiomate hypothetico propoſito cap. 13. partis 2. Ideæ Logiſticæ, ſubſtituendum eſt ſubſequens axioma hypotheticum reſpondens ductui quinto ampliato.

Quintum axioma hypotheticum ampliatum.

Quando baſis A eſt linea: A *in* C ductu 1 *ad* A *in* C ductu 5 = 2 E *ad* 2 F ∽ 2 G *ad* H.

Quando

Quando basis A est superficies: A *in* C ductu 1 *l* A *in* C ductu 5 = 3 E *ad* 2 F ⌓ 3 G *ad* H.

Pro intelligentia huius axiomatis, notandum quod littera significet arcum, nimirum illum arcum qui est basis, vel rtè terminat sectorem qui est basis. Littera F significat artem axeos quæ correspondet arcui E: per partem axeos rcui E correspondentem, intelligendo, illam partem axeos, rca quam rotatur arcus E, quæq; abscinditur à duabus rectis neis ab extremitatibus arcus E perpendiculariter occurrenbus axi: vel quæ abscinditur ab ipso arcu E & à recta quæ altero arcus extremo puncto perpendiculariter occurrit xi, quando vnum extremum punctum arcus E est in ipso e. Littera G, significat sectorem, nimirum illum sectom, qui est basis, vel qui terminatur ab arcu qui est basis, uæque duci intelligitur ductu quinto ampliato. Denique tera H, significat rectangulum cuius basis est radius arcus, altitudo vero est recta F, siue pars axeos arcui E corresondens. Exempli Gratia supposito quod vel arcus B A, el sector B D A sit basis: tunc littera E, significat arcum A; littera F significat axem D B; Littera G significat seorem B D A; littera H significat rectangulum cuius basis B & altitudo D B, hoc est D B 2. Rursus supposito, uod vel arcus P A, vel sector P D A sit basis: quodque ecta P M perpendiculariter in puncto M, occurrat axi B; littera E significat arcum P A; littera F significat ream D M; littera G significat sectorem P D A; littera H gnificat rectangulum cuius basis est D B altitudo D M, oc est D B *in* D M. Similiter supposito quod basis sit, vel rcus B P, vel sector B D P: quodque recta P M, axi D B erpendiculariter occurrat in puncto M: tunc littera E signiicat arcum B P; littera F significat rectam M B; littera G ignificat sectorem B D P; littera H significat rectangulum uius basis est D B altitudo M B, hoc est D B *in* M B.

Fig. 1.

Propositum quintum axioma hypotheticum ampliatum à nobis diuisum est in duas partes, correspondentes duobus asibus diuersis, qui considerari possunt in ductu quinto amliato: sic vt primus casus sit, quando basis quæ ducitur est rcus: secundus casus sit, quando basis quæ ducitur est sector irculi. De primo casu agit prima pars axiomatis: de secunlo casu agit secunda pars: in vtraque parte, semper supposito

to quod & bases quæ ducuntur & altitudines in quas bases ducuntur sint eędem siue æquales, proponitur duplex proportio, indicans proportionem quam habet productum ex ductu primo ad productum ex ductu quinto ampliato: siue proportionem quam habet ductus primus ad ductum quintum ampliatum; hoc tamen per lineas indicat prior proportio, litteris E & F, expressa: posterior litteris G & H expressa, idem indicat per superficies: ex quibus duabus proportionibus, subinde vna, subinde altera commodior est: atque hac de causa vtraque proponitur. Hæc videntur sufficere circa primam partem præsentis dubij.

Respondeo ad secundam partem dubij vndecimi, verissimum esse ac legitime probari, quod in hypothesi de qua ibi agitur, A B *in* A K ductu 5 *ad* A R *in* A K ductu 5 non = A B *in* A K *ad* A R *in* A K: sed tamen me non videre, quod hæc vera atque legitimè illata propositio, aduersetur sexto axiomati hypothetico proposito in Idea Logisticæ: in quo axiomate, à nobis non dicitur quod A *in* C ductu 5 *ad* B *in* D ductu 5 = A *in* C *ad* B *in* D: sed tantum asseritur, quod A *in* C ductu 5 *ad* A *in* C ductu 5 = A *in* C *ad* A *in* C; quare axioma sextum hypotheticum, vt à nobis proponitur, est restrictum ad casum in quo duæ bases quæ ductu quinto ducuntur sunt inter se æquales; si vero dixissemus quod A *in* C ductu 5 *ad* B *in* D ductu 5 = A *in* C *ad* B *in* D, non foret restrictum ad casum in quo bases sunt inter se æquales, sed fuisset longe vniuersalius, amplectens etiam casum in quo bases quæ ducuntur ductu quinto sunt inter se inæquales· de quo casu agitur in secunda parte dubij hic propositi; atque diuersus est à casu de quo agit nostrum sextum axioma hypotheticum: quod sufficit notasse ad solutionem dubij de quo hic agitur, Quoniam tamen insinuata maior vniuersalitas sexti axiomatis hypothetici, non tantum vtilis esse potest, atque desiderabilis: sed præterea in sexto axiomate hypothetico necessaria est aliqua mutatio, eoipso quod pro quinto axiomate hypothetico in Idea Logisticæ proposito, substituatur quintum axioma hypotheticum ampliatum, quod hic exposuimus; propono sextum axioma hypotheticum ampliatum, atque pro sexto axiomate hypothetico in Idea Logisticæ proposito substituendum aut adhibendum, quando quintum axioma hypotheticum substituitur vel adhibetur, pro quinto axiomate hypothetico quod proponitur in Idea Logisticæ; id vero necessi-

necessarium esse, inde satis constat, quia Exempli Gratia, si-
cet arcus R P æquetur arcui R A, tamen B P *in* A K ductu
5 non = R A *in* A K ductu 5 : adeoque ductu quinto ampliato,
possunt duæ bases inter se æquales duci in eamdem altitudi-
nem, ità tamen vt non generent quantitates inter se æquales :
& consequenter duæ quantitates, quæ singulæ ductu quinto
ampliato producuntur ex basibus & altitudinibus æqualibus,
non necessario habent proportionem æqualitatis ; licet neces-
sario hanc proportionem habeant, duæ quantitates ductu pri-
mo genitæ ex basibus & altitudinibus æqualibus.

Fig. 1.

Axioma sextum hypotheticum ampliatum.

Prima pars. A *in* C quouis ductu diuerso à quin-
to *ad* B *in* D, eodem, siue eiusdem classis ductu
= A *in* C *ad* B *in* D.

Secunda pars. A *in* C ductu quinto *ad* B *in* D
ductu 5 = X *in* C *ad* Z *in* D.

Nota pro secunda parte. Littera X, significat partem
axeos quæ correspondet arcui qui est basis A, vel terminat se-
ctorem A, qui basis est. Littera Z, significat partem axeos
quæ correspondet arcui qui est basis B, vel terminat sectorem
qui est basis B.

Proposita axiomata ampliata, legitimè inferre ex magis
restrictis, quæ proponuntur in Idea Logisticæ : difficile non
est, sed tamen id non facio, quia videtur parum vtile ad præ-
sens institutum.

Dubium duodecimum. Iuxta problem. 3. cap. 3. libri 1
Logisticæ verum est quod − 2 *in* − 2 = 2 *in* 2 : igitur per axio-
ma 3. pag. 99. Ideæ Logisticæ, − 2 *ad* 2 = 2 *ad* − 2 : atqui iuxta
Logisticam, − 2, est maius vel minus, quam 2 ; igitur ante-
cedens quod est maius suo consequente, ad suum consequens:
habet eamdem rationem, quam habet antecedens quod est mi-
nus suo consequente, ad suum consequens. Quod est prorsus
impossibile.

Respondeo. Suppositis fundamentis quæ supponuntur ab
ijs contra quos hoc argumentum affertur pag. 11. siue 12 lib. 1.
Epistolarum Mathematicarum ; legitimè sequitur impossibi-
le, siue absurdum quod infertur ; idem tamen absurdum nullo
modo sequitur, suppositis fundamentis quibus vtitur nostra
Logisti-

Logistica. Inter Logisticæ fundamenta numerantur rationes indifferentes, de quibus agimus capite vndecimo partis secundæ Ideæ Logisticæ; huiusmodi rationes indifferentes, non inueniuntur inter fundamenta doctrinæ contra quam attulimus prædictum argumentum; & quia legitimè infert absurdum, iuxta doctrinam quæ non agnoscit proportiones indifferentes; sed tamen non legitimè infert absurdum, iuxta doctrinam quæ agnoscit atque supponit rationes indifferentes: bene proponitur contra alios, sed inutiliter contra nostram Logisticam retorquetur. Iuxta doctrinam nostram de rationibus indifferentibus propositam cap. 11. partis 2. Ideæ Logisticæ: rationes − 2 *ad* 2 & 2 *ad* − 2 non sunt rationes æqualitatis, sed singulæ sunt planè indifferentes, vt vocentur rationes maioris vel minoris inæqualitatis; quandoquidem igitur in æquatione in qua dicitur − 2 *ad* 2 = 2 *ad* − 2, singulæ rationes quæ asseruntur æquales inter se, possint dici maioris inæqualitatis: & etiam singulæ possint dici rationes minoris inæqualitatis: adeoque eodem iure singulæ dicantur rationes maioris inæqualitatis, vel singulæ dicantur rationes minoris inæqualitatis: asserendo hanc æquationem, non asseritur aliquid magis absurdum, quam quando asseritur quod inter se æquales sint duæ rationes quæ singulæ sunt, vel dici possunt maioris inæqualitatis, vel certè singulæ sunt aut dici possunt minoris inæqualitatis; in qua assertione, ne quidem apparet vlla vmbra absurditatis, aut impossibilitatis: cum ex ipsa definitionum intelligentia manifestum sit, tam duas rationes maioris inæqualitatis, quam duas rationes minoris inæqualitatis, inter se æquales esse posse. Ex eadem tamen definitionum intelligentia immediatè patet, prorsus absurdum atque impossibile esse, vt inter se æquentur duæ rationes diuersę à ratione æqualitatis, quarum vna non sit ratio maioris inæqualitatis, altera non sit ratio minoris inæqualitatis: atque hoc absurdum admittendum esse ab ijs qui non agnoscunt rationes indifferentes, legitimè infertur proposito argumento; adeoque benè à nobis affertur contra doctrinam quam impugnamus in epistola prima libri 1. Mathematicarum epistolarum, sed planè inutiliter contra nostram Logisticam retorquetur.

Ad argumentum in forma propositum similiter in forma respondeo: concedendo primum enthymema: deinde distinguendo minorem quæ subsumitur: atqui − 2, est aliquid maius vel aliquid minus quam 2, sic vt possit tantum dici maius

vel

el tantum minus, nego minorem: sic vt possit dici maius & etiam possit dici minus, concedo minorem. Similiter distinguo consequens: ergo antecedens quod ità est vel dicitur maius suo consequente, vt non possit esse siue dici minus suo consequente, ad suum consequens habet eamdem rationem, quam antecedens quod ità est vel dicitur minus suo consequente, vt non sit vel possit dici maius suo consequente, habet ad suum consequens: nego consequentiam; ergo antecedens, quod ità est vel dicitur maius suo consequente, vt etiam sit siue dici possit minus suo consequente, ad suum consequens habet eamdem rationem, quam antecedens quod ità est vel dicitur minus suo consequente, vt etiam sit siue dici possit maius suo consequente, habet ad suum consequens: concedo consequentiam; & nego hoc vltimum atque concessum consequens, esse absurdum, aut inuoluere aliquid impossibile.

Argumentum cuius solutionem hic attulimus est vnum ex pluribus à me allatis in prima Epistola libri 1. Epistolarum Mathematicarum, vt ostenderem, ex speculatiuis Cartesianæ Algebræ fundamentis, eadem facilitate inferri vera & falsa, possibilia & impossibilia, cohærentia, & inter se contraria aut contradictoria; atque ex allata solutione satis constat, quod licet legitime concludat contra doctrinam contra quam à me affertur, tamen nihil euincat contra nostram Logisticam; idemque verum esse de reliquis argumentis quæ in dicta Epistola pagina 12. subsequuntur, videtur satis manifestum: quandoquidem singula eodem fere modo soluantur, & nihil euincant contra Logisticam nostram admittentem rationes indifferentes: tametsi singula legitime concludant contra doctrinam non agnoscentem rationes indifferentes: qualis est illa cui innititur Cartesiana Algebra.

Si aliquis quærat, an forte demonstrationes quæ in prædicta nostra Epistola reprobantur, possent approbari, supposita nostra indifferentium rationum doctrina, alijsque ex nostra Logistica conducentibus ad stabiliendas propositiones probandas? Consideret quæ ad dubium 8. diximus de differentia quæ intercedit inter productum ex Arithmetico & Geometrico ductu: quodque primum haberi possit per additionem: atque eiusdem generis quantitas sit, cum ipsis genitoribus ex quibus producitur; secundum haberi non possit per additionem: neque esse possit quantitas eiusdem generis cum genito-

 tribus

ribus ex quibus producitur. Iam vero si per additionem ne produci quidem possit quantitas, quæ generatur ex vna linea in seipsam vel in aliam lineam ducta, nihil conducit additio, vt ex illa inferatur proprietas conueniens quantitati quæ per additionem produci non potest: qualis quantitas est productum ex linea ducta in seipsam, vel aliam lineam; & tamen demonstrationes quas in citata epistola reijcimus, intentum non euincunt, eoipso quod non inferant vniuersaliter, adeoque etiam in casu in quo genitores sint lineæ, verum esse, quod quantitati ex ductu genitæ conueniat proprietas asserta in titulo propositionis; nimirum, quod per multiplicationem producta quantitas semper sit negatiua hoc est signo — affecta, quando ex genitoribus vnus signo † alter signo — afficitur; quodque per multiplicationem producta quantitas semper sit positiua hoc est signo † affecta, quando ex genitoribus vterque est positiuus hoc est signo † affectus, vel vterque est negatiuus hoc est signo — affectus. Ex his non difficulter intelligitur quod demonstrationes quæ in dicta epistola à nobis negantur subsistere, non fierent legitimæ, supposita nostra doctrina rationum indifferentium; præterea quamuis neque pauci, neque leues sint, istarum demonstrationum defectus quos in dicta epistola indicamus, plures tamen obseruatos fuisse licet noluerim plures indicare: & non otiosè à me dictum, quod ad plura pronum calamum cohibeam &c. Aduertendum tamen quod hic insinuatum defectum attingere noluerim, quod scirem magis modernam Cartesianam Algebram, non contentam antiquioris Algebræ Chimæris, assumere atque adoptare voluisse omnes Chimæras Geometriæ indiuisibilium: hæc Geometria supponit singulas lineas esse aggregata punctorum: singulas superficies esse aggregata linearum: singula corpora esse aggregata superficierum; adeoque ex punctis Mathematicis per additionem produci lineas: quæ rursus simul additæ producant superficies: ex quibus denuo per additionem generentur corpora; quamobrem nullo fructu insinuatum hic defectum indicassem, nisi simul longius quam par erat producendo epistolam, ostendissem defectus fundamentorum quæ in Geometria indiuisibilium assumuntur: & quam bene cohæreat doctrina, in qua supponitur, quod Exempli Gratia ex duabus lineis per additionem producatur superficies, quodque singuli genitores additionis, ad genitum ex additione habeant proportionem: & tamen concedi non potest,

eſt, quod linea ad ſuperficiem vllam habeat proportionem; ſimiliterque ſupponitur omne aggregatum punctorum eſſe punctorum numerum vulgarem, & quamlibet lineam eſſe aggregatum punctorum: & tamen admitti non poteſt, quemlibet, immo vllum numerum vulgarem diuidi poſſe, ſicuti diuidi poteſt quælibet linea: nimirum extrema & media ratione; hoc modo quamlibet lineam, nullum vero numerum vulgarem diuidi poſſe, oſtenditur prop. 14.& 16.epiſtolæ 4.lib.1. epiſtolarum Mathematicarum.

Denique aduertendum, in demonſtratione noſtra propoſita pag. 62. Ideæ Logiſticæ: in qua oſtendimus † *in* — producere —: & etiam — *in* — producere †: ſupponi, quod vnitas, quæ in hac multiplicatione ſiue compendiata regula aurea ſubauditur, ſit vnitas poſitiua: iuxta vniuerſalem legem noſtram, in qua ſtatuitur ſingulos numeros eſſe poſitiuos, qui expreſsè non afficiuntur ſigno —: ſiue expreſsè ſigno † afficiantur, ſiue nullo ſigno afficiantur; cum enim impoſſibile ſit, expreſsè ſigno — affici numerum, qui non exprimitur ſed tantum ſubauditur, iuxta prædictam legem impoſſibile eſt, vt ſit negatiuus numerus, qui non exprimitur ſed tantum ſubauditur; adeoque vnitas quæ in prædicta multiplicatione ſiue compendiata regula aurea ſubauditur, neceſſario eſt vnitas poſitiua. Deinde quia ſuppoſito quod A *in* B = C, tantum quæſtio eſt, quid producat A *in* — B, vel — A *in* —B: atque impoſſibile eſt, vt in compendiata regula aurea ſiue in multiplicatione, per quam ex poſitiua quantitate A, ducta in poſitiuam quantitatem B, producitur poſitiua quantitas C, ſubaudiatur alia vnitas quam poſitiua, ne admittatur — 1 *ad* A = B *ad* C: ex ipſa hypotheſi ſatis manifeſtum eſt, in multiplicatione, ſiue in compendiata regula aurea de qua quæſtio inſtituitur, vnitatem quæ ſubauditur eſſe vnitatem poſitiuam: eamque nullo modo eſſe poſſe negatiuam: etiam independenter à lege noſtræ Logiſticæ, iuxta quam modo diximus neceſſario poſitiuam eſſe vnitatem, quæ ſubauditur in multiplicatione ſiue compendiata regula aurea de qua hic agitur. Cæterum ſuppoſito quod vnitas quæ ſubauditur in multiplicatione, in qua quantitas negatiua ducitur in quantitatem negatiuam, ſit vnitas negatiua: tunc quantitas negatiua ducta in quantitatem negatiuam, produceret quantitatem negatiuam: & verum non eſſet quod — *in* — produceret †: ſed verum eſſet quod — *in* — produceret —.

Dubium decimum tertium. In theoremate 5. partis 4. Ideæ Logisticæ: dicitur, quod qualescunque sint quantitates A, B, C, D, ità vt A *ad* B = C *ad* D: semper verum esse, quod permutando, etiam A *ad* C = B *ad* D; igitur supposito quod A *ad* B = C *ad* D, sic vt singulæ litteræ A & B significent singulas lineas, quodque littera C repræsentet numerum 3, & littera D repræsentet numerum 6: permutando verum erit, A *ad* 3 = B *ad* 6; sed per hypothesim A est linea: igitur linea A ad numerum 3 habet proportionem: & etiam linea B ad numerum 6 habet proportionem; quod est contra communia Matheseos, & etiam contra Logisticæ principia: iuxta quæ quantitas vnius generis non habet proportionem ad quantitatem alterius generis; etenim in parte secunda cap. 6. Ideæ Logisticæ, dicitur quod ratio siue proportio, sit quantitas habens abstractam relationem magnitudinis ad aliam quantitatem eiusdem generis.

Prætereà qualescunque sint lineæ A & B, ità vt A = B: iuxta Logisticam etiam A 2 = B 2: atque æqualibus addendo æqualia legitimè infertur A 2 † A = B 2 † B: sed in proposita hypothesi A 2 est superficies, & etiam B 2 est superficies: ergo iuxta Logisticam complexum ex A 2 & A, hoc est complexum ex superficie & linea, est aliquod totum siue aliqua totalis quantitas, atque producitur per additionem. Similiter supposito quod singulæ litteræ A & B repræsentent singulas lineas, quodque A = B: quia etiam 3 = 3, iuxta quartum axioma cap. 13. Ideæ Logisticæ verum erit, quod A † 3 = B † 3, atque complexum ex linea A & numero 3, erit aliquod totum, siue aliqua totalis quantitas, atque producitur per additionem. Iam vero quodlibet totum, siue totalis quantitas quæ producitur per additionem partium, est aliquid maius qualibet parte: igitur complexum ex superficie A 2, & linea A; vel complexum ex linea A, & numero 3, est aliqua totalis quantitas, maior quam linea A: sed quantitas quæ dicitur maior altera quantitate aliter appellatur proportio, diciturque habere proportionem ad illam alteram quantitatem: ergo complexum ex superficie A 2 & linea A, item complexum ex linea A & numero 3, dicitur habere proportionem ad lineam A. atqui totalis quantitas quæ est complexum ex superficie A 2 & linea A, vel complexum ex linea A & numero 3, non est quantitas eiusdem generis cum linea A: ergo quantitas quæ non est eiusdem generis cum linea A,

habet

habet proportionem ad lineam A.

Tertiò. Supposito quod litteræ A & B, singulæ significent lineam: quodque A *ad* B = 2 *ad* 4: per axioma 3. partis 4. cap. 2. Ideæ Logisticæ, sequitur quod A *in* 4 = B *in* 2: ergo linea A potest multiplicari per numerum 4; sed multiplicatio est compendiata regula aurea, in qua datorum trium terminorum primus est vnitas: ergo ad tres terminos quorum primus vnitas, secundus linea A, tertius numerus 4, potest inueniri quartus terminus proportionalis C: ità vt verum sit 1 *ad* A = 4 *ad* C: sed ex regula aurea etiam patet in casu proposito, quod quartus terminus proportionalis C necessario specie conueniat cum secundo termino A, quandoquidem primus terminus 1, specie conueniat cum tertio termino 4, adeoque terminus C est linea: ergo verum esse potest quod vnitas ad lineam A, habeat eamdem proportionem, quam habet numerus 4 ad lineam C: ergo numerus 4 ad lineam C potest habere proportionem, licet istæ duæ quantitates non sint eiusdem generis, sed vna sit quantitas discreta altera continua.

Quartò. Qualemcumque quantitatem repræsentet littera A, iuxta Logisticam verum est, quod A *in* A = A 2: & consequenter quod 1 *ad* A = A *ad* A 2: ergo hoc verum est supposito quod A repræsentet rectam lineam, adeoque A 2 repræsentet superficiem, nimirum quadratum factum supra rectam lineam A: sed iuxta Logisticam vnitas est numerus: igitur iuxta Logisticam verum est, quod numerus ad lineam A, habeat eamdem proportionem, quam habet linea A ad superficiem, quæ sit quadratum factum supra lineam A: igitur iuxta Logisticam, & numerus ad lineam, & linea ad superficiem habet proportionem: licet numerus & linea, item linea & superficies, sint quantitates diuersi generis.

Respondeo. Iuxta Logisticam non admitti additionem duarum quantitatum genere differentium. Hinc cap. 2. Arithmeticæ introductionis ad Logisticam, dicitur, quod addere duos numeros, sit inuenire vnum numerum, qui propositis duobus numeris æqualis sit. Similiter addere duas lineas, est inuenire vnam lineam quæ duabus datis lineis æqualis sit. Et cap. 8. Ideæ Logisticæ, generaliter dicitur quod addere duas quantitates, est inuenire vnam quantitatem, quæ duabus datis quantitatibus æqualis sit. Iam vero complexum ex duabus quantitatibus genere diuersis, potest quidem esse vnum complexum duarum quantitatum genere differentium:

sed

sed non potest esse vna quantitas: adeoque non potest esse productum ex additione, cui conuenit definitio additionis proposita in nostra Logistica; hinc in fine cap. 2. partis secundæ Ideæ Logisticæ expresse negamus, superficiem & lineam addi posse; & ad dubium 8. expresse docemus, quod quantitas producta per additionem necessario sit quantitas eiusdem generis cum singulis genitoribus additionis; præterea cap. 12. partis 2. Ideæ Logisticæ, prius notamus æquiuocationis periculum in Euclideo axiomate, asserente omne totum sua parte maius esse, & vt pro hoc axiomate aliud substituamus, quod æquiuocationi expositum non sit: asserimus subsequenti capite, productum per additionem ex genitoribus vniformibus esse maius singulis genitoribus: adeo vt Euclideum axioma non subsistat, nisi per vocem totum intelligatur productum quod oritur per additionem ex genitoribus vniformibus: & per vocem pars, intelligantur singuli ex istis genitoribus vniformibus.

Præterea Logistica nostra non admittit vllam proportionem inter quantitates diuersi generis: adeo vt numerus ad lineam, aut linea ad superficiem, non possit habere proportionem.

Antequam respondeam ad argumenta contra hanc nostram doctrinam proposita; aduertendum ad illa quę docentur cap. 2. partis 2. Ideæ Logisticæ: quid nimirum sit valor quantitatis, à quo duæ quantitates, etiam diuersi generis, dicuntur æquiualentes inter se. Præterea reflectendum ad dicta cap. 8. partis secundæ Ideæ Logisticæ: nimirum quomodo inter se differant operationes reales, atque æquiualentes, Exempli Gratia additio realis est in qua adduntur ipsæ quantitates propositæ: additio æquiualens est, in qua non adduntur ipsæ quantitates propositæ, sed tantum adduntur valores quantitatum propositarum: sic licet addi non possint duæ quantitates, quarum vna sit linea, altera superficies: tamen istarum quantitatum valores, sunt quantitates eiusdem generis, atque addi possunt. Pari modo licet superficies ad lineam nullam habeat proportionem, quia sunt quantitates diuersi generis: tamen valor lineæ ad valorem superficiei habet proportionem, & sunt quantitates eiusdem generis.

His prænotatis, facilis est solutio singulorum argumentorum quæ in hoc dubio proponuntur: & non tantum nostræ Logisticæ, sed etiam aliorum quorumdam Mathematicorum

doctrinæ

doctrinæ aduersantur; non scio tamen, an iuxta ipsorum fundamenta faciles, vel etiam possibiles sint, propositorum argumentorum solutiones: præsertim si nostram æquiualentium quantitatum doctrinam aut non agnoscant, aut non admittant; hanc agnouisse non videntur elementorum scriptores qui eius nusquam meminerunt, & tamen omnes mecum communem habent argumentandi modum, qui proponitur prop. 16. lib. 5. elementorum Euclidis, de quo agitur in primo argumento, quique passim dicitur permutatio rationum: dictam propositionem aliqui ità proponunt: *Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & permutata proportionales erunt*. Alij vero sic proponunt: *Si quatuor quantitates eiusdem generis proportionales fuerint: & permutando proportionales erunt*. Priori modo proposita propositio magis vniuersalis est. Posteriori modo proposita est minus vniuersalis, atque restricta ad terminos qui sint quantitates eiusdem generis. Argumenta quæ ad eius probationem afferunt, si demonstratiua sunt, ad summum euincunt eius veritatem in posteriori, atque magis restricto sensu: vnde qui priori sensu eam proponunt, nullatenus euincunt intentum; an in magis restricto sensu alijs sufficiat, atque in casu particulari stabilita propositio deinde non assumatur ac si vniuersaliter foret probata: hoc loco non controuerto: huius tamen propositionis veritas in sensu magis restricto non sufficit pro nostra Logistica: sed requiritur dictus argumentandi modus, in quolibet casu, in quo quatuor termini sunt proportionales: siue termini isti singuli sint quantitates eiusdem generis, siue sint quantitates diuersi generis; quamobrem propositione quinta cap. 3. partis 4. Ideæ Logisticæ dicimus, quod qualescunque sint quantitates A, B, C, D, ità tamen vt A *ad* B = C *ad* D, semper verum esse, ac legitimè sequi, quod A *ad* C = B *ad* D; atque suppositis nostris principijs indicatis in notis hic præmissis, satis patet, huius propositionis sensum esse, quod qualescunque sint quantitates A, B, C, D, siue sint eiusdem siue diuersi generis quantitates, ità tamen vt A *ad* B = C *ad* D, semper verum esse, quod valor quantitatis A, ad valorem quantitatis C, habeat eamdem proportionem, quam valor quantitatis B, habet ad valorem quantitatis D.

Ad primum argumentum dico. Supposita hypothesi, quod singulæ litteræ A & B, repræsentent lineas, quodque A *ad* B = 3 *ad* 6: iuxta Logisticam nostram legitimè sequitur quod

A *ad* 3

A *ad* 3 = B *ad* 6; huius tamen consequentis sensus non est, quod linea A ad numerum 3, habeat proportionem, quę æqualis sit proportioni quam habet linea B ad numerum 6: sed sensus eius est, quod valor lineæ A ad valorem numeri 3, habeat proportionem, quæ æqualis sit proportioni quam habet valor lineæ B ad valorem numeri 6; & quoniam valor lineæ A, & valor numeri 3, sunt quantitates eiusdem generis: quando asserimus quod A *ad* 3 = B *ad* 6, non asserimus proportionem inter quantitates diuersi generis: vt ex mala terminorum nostrorum intelligentia, male contra nos infertur in primo argumento; hic idem error subsequentibus argumentis communis est.

Ad secundum argumentum respondeo. Supposito quod singulæ litteræ A & B repræsentent singulas lineas, quodque A = B: iuxta nostram Logisticam legitimè infertur quod A 2 = B 2: atque æqualibus addendo æqualia, legitimè sequitur quod A 2 † A = B 2 † B: quodque A 2 sit superficies, & etiam B 2 sit superficies; sed tamen huius consequentis sensus non est, quod superficies A 2, addita lineæ A, producat quantitatem æqualem quantitati productæ ex superficie B 2 addita lineæ B: huiusmodi enim additionem quantitatum diuersi generis non agnoscit nostra Logistica: sed prædicti consequentis sensus est, quod valor superficiei A 2, additus valori lineæ A, producat quantitatem æqualem quantitati quæ producitur ex valore superficiei B 2, addito valori lineæ B; in qua additione non adduntur quantitates diuersi generis, quandoquidem iuxta nostram Logisticam superficierum linearumque valores sint quantitates eiusdem generis. Similiter iuxta nostram Logisticam verum non est, quod complexum ex superficie A 2, & linea A, sit aliqua quantitas totalis producta per additionem, atque maior partiali quantitate, siue linea A: sed tantum verum est, quod complexum ex valore superficiei A 2, & valore lineæ A, sit aliqua quantitas totalis producta per additionem, atque maior valore partiali quantitatis, siue lineæ A.

Ad tertium argumentum respondetur. Facta hypothesi quod singulæ litteræ A & B, significent lineam: quodque A *ad* B = 2 *ad* 4; iuxta Logisticam nostram legitimè sequitur, quod A *in* 4 = B *in* 2; hinc tamen male infertur, quod linea possit multiplicari per numerum: & tantum sequitur, quod valor lineæ possit multiplicari per valorem numeri: quodque

valor

valor vnitatis, ad valorem lineæ A, habeat eamdem proportionem, quam valor numeri 4, habet ad valorem quantitatis C.

Ad quartum argumentum respondeo. Qualemcunque quantitatem repræsentet littera A, & consequenter etiam supposito quod littera A significet lineam: iuxta Logisticam nostram verum est, quod A *in* A = A 2: & consequenter, quod 1 *ad* A = A *ad* A 2: hinc tamen non sequitur, quod vnitas ad lineam A, habeat eamdem proportionem, quam linea A habet ad superficiem A 2: tantum enim sequitur, quod valor vnitatis ad valorem lineæ A, habeat eamdem proportionem, quam valor lineæ A habet ad valorem superficiei A 2; qui valores singuli sunt quantitates eiusdem generis, licet quantitates quarum valores sunt, genere differant.

Dubium decimum quartum. Quomodo recentioris Logisticæ author, pag. 85. Arithmeticæ introductionis ad Logisticam, negat se vnquam inuenisse Algebræ definitionem? an sorte nunquam inspexit maxime celebres notas D. Florimondi de Beaune in Geometriam Renati des Cartes, atque tertio eius Geometriæ libro appositas, quæ ita incipiunt. *Algebra speciosa*, hoc est. *quæ exercetur per species rerum, quæ literis Alphabeti, aliisue similibus designantur, est scientia, inuestigandis inueniendisque Theorematis & Problematis inseruiens, ac res homogeneas, quarum rationes vel proportiones considerantur, concernens. Dicimus autem rationem inter se habere duas res, cum homogeneæ seu eiusdem naturæ existentes, aut æquales sunt, aut inæquales, & minor per sui ipsius additionem, tandem maior euadit, maioremque superans. Adeo vt hæc scientia non solum Algebram numerosam atque Veterum Analysin Geometricam comprehendat; sed etiam omne id, quod relationem quandam habet aut proportionem, vt refert D. des Cartes, in sua de Methodo dissertatione.* Hactenus D. de Beaune. Præterea D. Carolus Renaldinus in amplissima sua Algebra, pagina 7. præfationis; *Algebra*, inquit, *scientia est, quæ ex datis magnitudinibus æquationis beneficio magnitudinem ignotam adinueniens, explicans, atque demonstrans: Problemata non soluta soluit; male soluta reijcit; atque Theorematum veritatem inquirit.* Similiter plures alij authores, proposuerunt Algebræ definitionem; an ergo ex his pluribus authoribus nullum vnquam legit, qui nusquam inuenit Algebræ definitionem?

Respondeo, me nusquam negasse, quod citatas, aliasque huiusmodi definitiones legerim: sed negasse me quod vsquam

inuenerim Algebræ definitionem. Vt melius intelligar.

Nota primò. In Algebra à P. Christophoro Clauio conscripta, capite primo, agitur de inuentore ac nomine Algebræ, vbi hæc habentur. *De inuentore huius artis non conuenit inter omnes; Gebrum Arabem Astronomum asserunt non pauci, & à Gebro Algebram dictam contendunt. Vero similius tamen Ioannes Regiomontanus in præfatione Alphragani Diophanto Alexandrino hoc inuentum attribuit. Ipse enim Diophantus in tredecim librorum præfatione, quos hac de re scripsit ad Dionisium, se primum huius scientiæ inuentorem profitetur, & à nemine ante in lucem datam, immo ad suam vsque ætatem ignotam omnino fuisse pronuntiat. Maiorem accepit nomen ob ipsam varietatem; nam quod inter cæteras Arithmeticæ regulas præstat, Ars maior à pluribus appellata est. Regulam census & rei latini dixerunt; hoc est regulam radicis & quadrati. Magna enim ex parte quæstiones in hac arte propositæ soluuntur per calculationes radicum, quas ipsi res, & quadratorum, quos ijdem census vocant vt suo loco constabit. Apud Italos Regula cosæ (seu della cosa) nuncupatur, quod in quæstionibus soluendis semper vna radix ponatur, quam ipsi cosam dicunt. Ex quo etiam nomen illud sortita est, quo à multis regula Cossica nominatur. Non vno eam nomine Arabes omnes nominarunt, Algebram, enim quidam vocant, quod apud eos idem sonat, ac restitutio; quia nimirum in quæstionibus hac arte soluendis ad aliquam semper æquationem, siue æqualitatem est deueniendum; in qua, quidquid ablatum, quidquid diminutum est, quidquid deesse comperitur, restaurari oportet. Almucbabulam vero, quod oppositionem eorum lingua significat, propterea vocant alij, quod in quæstionum abditis exponendis in hac scientia, eum ad æquationem æqualitatemue peruentum est, duo semper numeri æquales, diuerso tamen nomine, sibi inuicem opponuntur. Atque hinc postremo factum est, vt geminatis nominibus Algebram & Almuchabulam aliqui vocauerint; quod scilicet tum per restaurationem, tum per hanc, quam modo diximus, oppositionem, quæstiones omnes expediant.* Hæc Clauius.

Nota secundò. D. Franciscus Vieta, in artem analyticen isagoge capite primo hæc habet. *Est veritatis inquirendæ via quædam in Mathematicis, quam Plato primus inuenisse dicitur, à Theone nominata Analysis, & ab eodem definita, adsumptio quæsiti tanquam concessi per consequentia ad verum concessum. Vt contra synthesis, Adsumptio concessi per consequentia ad quæsiti finem & comprehensionem. Et quanquam veteres duplicem tantùm proposuerunt Analysin ζητητικὴν ϗ ποριστικὴν, ad quas definitio*

finitio Theonis maximè pertinet, conſtitui tamen etiam tertiam ſpeciem, quæ dicatur ῥητικὴ ἢ ἐξηγητικὴ, conſentaneum eſt, vt ſit Zetetice qua inuenitur æqualitas proportione magnitudinis de qua quæritur, cum ijs quæ data ſunt. Poriſtice, qua de æqualitate vel proportione ordinati Theorematis veritas examinatur. Exegetice, qua ex ordinata æqualitate vel proportione ipſa de qua quæritur exhibetur magnitudo. Atque adeò tota Ars Analytice triplex illud ſibi vindicans officium definitur, Doctrina bene inueniendi in Mathematicis. Ac quod ad Zeteticen quidem attinet, inſtituitur arte Logica per ſyllogiſmos & enthymemata, quorum firmamenta ſunt ea ipſa quibus æqualitates & proportiones concluduntur ſymbola, tam ex communibus deriuanda notionibus, quàm ordinandis vi ipſius Analyſeos theorematis. Forma autem Zeteſin ineundi ex arte propria eſt, non iam in numeris ſuam Logicam exercente, quæ fuit oſcitantia veterum Analyſtarum: ſed per Logiſticen ſub ſpecie nouiter inducendam, feliciorem multò & potiorem numeroſa ad comparandum inter ſe magnitudines, propoſita primùm homogeneorum lege, & inde conſtituta, vt fit, ſolemni magnitudinum ex genere ad genus vi ſua proportionaliter adſcendentium vel deſcendentium ſerie ſeu ſcala, qua gradus earundem & genera in comparationibus deſignentur ac diſtinguantur. Hæc Vieta.

Nota tertio. Communis niſi fallor Mathematicorum opinio eſt, numeroſæ Algebræ, vel inuentorem, vel ſaltem antiquiſſimum cuius opera extant ſcriptorem, eſſe Diophantum Alexandrinum quem vixiſſe circa annum 300. poſt Chriſtum, teſtatur Claudius Gaſpar Bachetus, qui ſex priores Diophanti libros ex græca in latinam linguam vertit, atque notis illuſtrauit; Speciosæ vero Algebræ inuentorem eſſe Franciſcum Vietam, qui vixit circa finem ſeculi proxime præteriti, atque anno tertio huius ſeculi obijſſe ſcribitur. Præterea ſpecioſam Algebram à Franciſco Vieta inuentam ad meliorem formam reduxiſſe dicitur Renatus des Cartes, à quo gallice conſcripta Algebra in lucem prodijt anno 1637. vt teſtatur Franciſcus à Schooten, in ijs quæ ad lectorem præmittit in Renati des Cartes Geometria, à ſe in latinam linguam verſa, multis notis illuſtrata, atque ſuis aliorumque additamentis nobilitata.

P. Andreas Taquet, in hiſtorica narratione de ortu & progreſſu Matheſeos quæ in eius elementis planę & ſolidæ Geometriæ, præcedit librum primum: verſus finem, *Diophantus* inquit *Alexandrinus in Arithmetica tantus fuit, quantus in Geometria Archimedes, Apollonius, Euclides; verè totius numericæ*

 ſubtili-

subtilitatis magister; à quo reperta sit admirabilis illa ars quam Algebram dicimus; quæ hisce temporibus à Francisco Vieta, & Renato Cartesio multò perfectior & vniuersalior effecta est. Idem P. Andreas Taquet, in Arithmeticæ Theoria & praxi, in admonitione ad lectorem, quæ immediatè subsequitur axiomata, hæc habet. *Primus (quod sciam) Logisticam speciosam, vel inuenit, vel certe adhibuit Franciscus Vieta: sed Renatus Carthesius ad commodiorem formam reuocauit. Præcepta huius methodi à Francisco à Schooten conscripta, iam in lucem sunt edita per Er. Bartholinum. Porrò operationum speciosarum prima rudimenta hæc sunt &c.* Denique concludens admonitiones ad lectorem. *Cæterum* inquit *non mihi propositum fuit hic tradere præcepta Logisticæ speciosæ; de qua, atque Algebra tum numerosa tum speciosa, si Deo placuerit alio loco acturus sum; sed ea solum attingere, quorum in his elementis, ac deinde in Arithmetica practica vsus erit.* Vbi aduertendum quod per Logisticam speciosam, intelligat modum, addendi, subtrahendi, multiplicandi, & diuidendi, species litterarum repræsentantes numeros: quemadmodum Logisticam integrorum numerorum inscribit suum librum primum Arithmeticæ practicæ; & similiter Logisticam fractorum numerorum inscribit secundum librum Arithmeticæ practicæ: atque in primo libro circa integros, in secundo libro circa fractos numeros, doceat tantum additionem, subtractionem, multiplicationem atque diuisionem.

Nota quarto. Si credendum est, Francisco à Schooten præcipuo expositori, atque promotori, tum Analyticę à Francisco Vieta conscriptæ: tum Geometriæ Renati des Cartes: per huius Geometriam, & illius Analyticam, intelligi debet illud, quod aliter, atque iam passim vsitato loquendi modo, dicitur Algebra speciosa; vt abunde constat ex eius expositionibus ac notis, additis prædictæ Analyticæ aut Geometriæ. Eo tempore quo de Algebra scripsit, non tantum Diophantus Alexandrinus, sed etiam P. Christophorus Clauius: tantum cognita erat vnica Algebra, quæ respectu facto ad deinde inuentam Algebram speciosam, antiquior est, vtpote à Diophanti temporibus cognita, & antiqua Algebra passim appellatur; hæc eadem aliter dicitur Algebra numerosa, vtpote non nisi numeris accommodata, vsum non habet pro Geometria. Verum Franciscus Vieta pro numeris substituendo litteras ex Alphabeto desumptas, hoc est species litterarum, longe ampliorem reddidit vsum regularum antiquioris Alge-

bræ, atque promouit vltra fines quibus circumscribitur Arithmetica: sic vt Algebræ artis præcepta, iam non tantum pro numeris, siue discretis quantitatibus: sed etiam pro lineis reliquisque continuis quantitatibus essent vtilia; hinc promeruit nomen inuentoris Algebræ speciosæ hoc est Algebræ, quę pro numeris adhibendo litterarum ex Alphabeto desumptarum species, non minus Geometriæ quam Arithmeticæ accommodata est. Iam vero, si Analytica à Francisco Vieta conscripta non est Algebra speciosa, male à Mathematicis Algebræ speciosæ inuentor dicitur, propter librum quem scripsit de Analytica. Similiter si per Geometriam Renati des Cartes intelligi non debeat speciosa Algebra quomodo à Mathematicis passim asseritur, à Francisco Vieta inuentam Algebram speciosam, à Renato des Cartes promotam, atque ad meliorem formam redactam esse? & tamen nisi fallor non tantum ità pronuntiat P. Andreas Taquet, vt constat ex nota tertia: verum etiam hæc communis est Mathematicorum opinio; atque Franciscus à Schooten in suis notis, bene appellat Algebram speciosam, tum Francisci Vietæ Analitycam, tum Geometriam Renati des Cartes.

Pleraque quæ hactenus propositis notis continentur, ignorare non potuerunt authores quorum definitiones nobis obijciuntur: neque incidere mihi potest suspicio, an forte tanti nominis Mathematici tam turpiter fuerint hallucinati, vt existimauerint Algebram non esse artem: adeoque contra sensum illorum quorum doctrinam probant, atque sequuntur: putauerint Algebram dicendam esse scientiam; sed plane manifestum est, quod hanc artem, scientiam appellando, per vocem *scientia*, intellexerint peritiam, notitiam, cognitionem, vel simile aliquid quod non excludat artem; quod idem facit P. Clauius, vt patet ex prima nota, in qua licet exprefse declaret Algebram artem esse: subinde illam appellat scientiam. Hoc igitur supposito circa vocem scientia quando in vtraque definitione dicitur quod Algebra sit scientia.

Respondeo negari non posse Euclidem, Archimedem cæterosque Mathematicos, qui per plura secula floruerunt priusquam nasceretur Diophantus Alexandrinus, habuisse peritiam inuestigandis inueniendisque theorematis inseruientem, ac res homogeneas quarum rationes vel proportiones considerantur concernentem. Igitur ex hac prima definitione, intelligi non potest quid sit illa Algebra cuius inuentor dicitur

Dio-

Diophantus Alexandrinus. Profecto si in tua methodo alium definiendi modum docere non potuit Renatus des Cartes, prudenter, tanta parcimonia vtitur in afferendis definitionibus: atque vix aliter quam in aliquot exemplis declarat suam Geometriam, siue Algebram speciosam. Præterea nullus vel leuiter tinctus cognitionibus Mathematicis, ignorat, Euclidem aliosque Mathematicos qui floruerunt ante exordium Algebræ, adhibuisse principia afferentia, Totum æquari suis partibus simul sumptis. Æqualibus addendo æqualia produci æqualia. Ab æqualibus auferendo æqualia relinqui æqualia. Quæ eidem tertio æquantur inter se æquari &c. atque ex datis siue cognitis magnitudinibus prædictarum æquationum beneficio magnitudinem prius ignotam inuenisse, explicasse, atque demonstrasse; problemata prius non soluta soluisse: male soluta reiecisse, atque theorematum veritatem inquisiuisse. Hinc mihi videtur manifestum obiectas definitiones non minus adaptari ijs quę sunt diuersa ab Algebra, quam ipsi Algebræ; & nusquam nego me vidisse prædictas aliasque similes Algebrę definitiones: sed tantum negaui, & etiamnum cogor negare, me vnquam inuenisse definitionem, ex qua intelligere potuerim quid sit, & quomodo ab alijs Mathematicis artibus scientijsue differat Algebra: hoc est illa ars, quæ iuxta priores notas, à Diophanto Alexandrino inuenta aut proposita, pro Arithmetica vtilissima est, atque passim antiqua siue numerosa Algebra dicitur; quamque prius Franciscus Vieta vtilem reddidit pro Geometria: & quæ deinde à Renato des Cartes melius fuit proposita, magisque promota atque Algebra speciosa appellatur; de hac enim siue numerosa siue speciosa Algebra, mihi tantum sermo est, vbi in scriptis meis Algebram nomino: atque de hac Algebra agendo in citato loco Arithmeticæ introductionis ad Logisticam, non aduerto me aliquid dixisse quod verissimum non sit, ac denique de hac Algebra loquendo, ad propositum dubium non minus breuiter quam verè respondi, me nusquam negasse, quod citatas, aliasque similes definitiones legerim, sed negasse me quod vsquam inuenerim Algebrę definitionem.

Dubium decimum quintum. Si non singula, saltem aliquæ ex principijs hypotheticis, quæ assumuntur capite 13. partis secundæ Ideę Logisticæ, antiqua methodo demonstrata inueniuntur; Exempli Gratia primum principium hypotheticum, non

non differt à propositione Archimedis, quæ in elementis Geometriæ conscriptis à P. Andrea Taquet septima est, inter Archimedis propositiones. Præterea, ex alijs hypotheticis principijs aliqua, satis commodè inferri possunt, atque demonstrari, ex alijs propositionibus Archimedis ibidem propositis, atque antiqua methodo demonstratis, tum ab ipso, tum ab Archimede, tum etiam ab alijs authoribus. Quandoquidem igitur inueniantur propositiones antiqua methodo demonstratæ, aut ex his facile demonstrabiles, atque tales propositiones assumantur in Logistica, & tamen non demonstrentur; non temere suspicari potest, Logisticam aliquid præstare non posse, quod potest antiqua Mathesis, siue methodus antiqua.

Respondeo, non tantum aliqua, sed singula Logisticæ nostræ axiomata hypothetica, satis commode inferri posse ex propositionibus demonstratis antiqua methodo· tamen nolui propositiones istas inferre ex alijs antiqua methodo demonstratis. Etenim istæ demonstrationes antiqua methodo propositæ, vel sunt demonstrationes hypotheticæ, vel sunt demonstrationes rigorosæ: si primum asseratur, ex his propositionibus tantum hypotheticè demonstratis, legitime inferendo nostra principia hypothetica, non sustulissem ex nostra Logistica demonstrationes hypotheticas: sed sine necessitate auxissem numerum demonstrationum hypotheticarum: in quo nullam video vtilitatem. Si secundum dicatur: probandum foret quod dicitur, ego enim existimo, quod mihi longe facilius foret singula Logisticæ axiomata hypothetica rigorosè demonstrata exhibere (quas demonstrationes hactenus mihi seruare volui ob varias causas quarum aliqua indicatur ad dubium 19) quam, non tantum mihi, sed vlli alteri, clausos oculos non habenti persuadere verum esse quod dicitur: nimirum singulas propositiones antiqua methodo demonstratas ex quibus satis commode inferri possunt Logisticæ nostræ axiomata hypothetica, rigorosis demonstrationibus stabilitas esse;qua de re plura videri possunt,ad dubium 9: & alibi in Idea Logisticę.

Dubium decimum sextum. Logisticæ methodo nihil præstatur, quod alia atque hactenus vsitata methodus sufficienter non præstat; quandoquidem igitur Logisticæ methodus non antecellat quamlibet methodum hactenus inuentam: non meretur magis magnificum quam veridicum titulum quem

præfert ;

præfert; quasi vero Logisticę tantum nullum problema insolubile foret, nullum theorema indemonstrabile.

Respondeo, laudare me obijcientis candorem, cum peritiam laudare non possim; si forte male intelligat Logisticæ nostrę benè nisi fallor præfixum titulum: hunc errorem non arbitror mihi imputandum: quandoquidem initio Logisticę, in ijs quæ ad lectorem præmittuntur, satis clare exponatur atque declaretur tituli sensus; si vero arbitretur, quod in exposito sensu, Logisticæ nostræ non conueniat titulus quem præfert: Vt hunc errorem suum corrigat, vtile foret prius reflectere, quod licet multa intelligat in Mathematicis, tamen se didicisse quæ intelligit: sic enim facile sibi persuadebit, possibile esse vt non intelligat aliquid, quod non didicit: & fieri posse vt tale aliquid sit nostra Logistica; Deinde, hac præmissa hypothesi, attentius inuestigando, ad quod Mathematicum problema vel theorema insufficiens sit: non Logisticæ nostræ acquisitus vsus, sed ipsa Logistica: postquam huiusmodi vnum aliquod aut problema aut theorema inuenerit, conetur tantum ostendere quid in nostra Logistica desit vt eius solutio aut demonstratio inferatur. Ex hoc conatu (qui alijs non paucis multum profuit) colliget erroris sui remedium; vel certe discursum, quo me maximo beneficio posset afficere; quippe vtilem, vt ego intelligam quod hactenus intelligere non potui, nimirum quod Mathematicum problema aut theorema tale sit, vt ad eius solutionem aut demonstrationem inutilis sit Logistica atque non sufficiat in eo sensu in quo vt à me asseritur sufficere.

Si forte dubitet, vtrum in eodem sensu, Logisticæ nostræ præfixus titulus conueniat alteri methodo: per aliam methodum, intelligendo complexum ex principijs & medijs ab alio authore propositis, ad inuestigandas atque demonstrandas veritates spectantes ad Mathesim; & consequenter, an nostra Logistica nihil possit præstare, quod idem non possit huiusmodi altera methodus: quamuis satis multa inueniantur in scriptis nostris, ex quibus difficile non erat deducere huius dubij solutionem: pro maiori dubitantis commoditate, placet hic nonnulla addere, vtilia ad huiusmodi dubij solutionem; in quibus tamen aduertendum, quod vox *methodus* intelligenda sit in sensu paulò ante indicato: adeo vt cuiusuis authoris Mathesim docentis methodus dicatur, complexum ex principijs & medijs quæ proponit, vt discentes instruat, ac conducat

cat

cat ad Matheseos intelligentiam; quamuis enim authores omnes qui Mathesim docent, aliquo modo eumdem finem ac scopum præfixum habeant, nimirum discentes conducere ad Matheseos intelligentiam: tamen diuersi inter se differunt, vel quo ad principia, vel quo ad media quæ proponunt, in ordine ad propositum finem. Hinc licet scientia Mathematica vnica tantum sit, adeoque Mathesim discentibus propositus terminus sit vnus: nihilominus ad hunc eumdem terminum conducentes vt ità dicam viæ, sunt diuersæ: atque diuersi authores veluti per diuersas vias discentes dirigunt, atque conducunt ad propositum terminum: proponendo, vel diuersa principia, vel diuersa media ad acquirendam Matheseos intelligentiam: hoc est diuersam methodum discendi Mathesim; talis vna est quæ cæteris omnibus antiquitate præstat, atque ideo à nobis dicitur methodus antiqua: nimirum illa, quam docet Euclides; ab hac diuersa atque recentior est, quæ à nobis Algebra appellatur, quam docent, aut Diophantus Alexandrinus, aut eius doctrinæ promotores, de quibus agitur ad dubium 14, & 17. Similiter nonnulli alij authores, proponendo vel omni, vel magna ex parte à prioribus istis diuersa, siue principia, siue media conducentia ad Matheseos intelligentiam: proposuerunt methodum diuersam, tum ab antiqua methodo, tum etiam ab Algebra.

Vt quæuis huiusmodi methodus, ab antiqua tamen diuersa, conferri possit cum nostra: atque æqua lance examinari, an nostra methodus, præ cæteris istis amplius aliquid possit præstare, atque adeo præ illis mereatur titulum quem præfert: non longe abeo, quærendo magis abstrusas propositiones; etenim ad tale examen videntur mihi sufficere aliquæ passim cognitæ, atque ab Archimede demonstratæ antiqua methodo: nimirum postremæ ex illis quæ ad dubium 20. alia de causa proponuntur, & nihil ex alio authore supponendo, aut assumendo, satis compendiatis discursibus, ex paucis Logisticæ nostræ proprijs atque elementaribus propositionibus demonstrantur, priori ex duobus modis indicatis ad gradum 13. cap. 3. Eædem propositiones, aliæque plures quæ ad eumdem finem vtiles esse possent, posteriori ex prædictis duobus modis demonstratæ proponuntur, cap. 3. partis 5. Ideæ Logisticæ. Qui igitur vult aliam quamlibet, sed tamen ab antiqua diuersam methodum cum nostra conferre, & examinare an huiusmodi methodus possit idem quod nostra: ten-

tando ijsdem conditionibus easdem istas propositiones demonstrare, plane vtilem laborem suscipiet. Etenim si has demonstrationes inueniat, habebit oportunum remedium pro defectuoso tumore, quo non omnino temere suspicabatur laborare nostram Logisticam. Si vero dictas demonstrationes non inueniat, habebit vnde corrigat errorem suum: atque cognoscendo, quam humilia sint ad quæ non assurgit talis methodus: desinet damnare nostram Logisticam, quasi arroganter atque iniustè suum fecisset titulum, alteri methodo ab antiqua diuersæ conuenientem. Dixi ijsdem conditionibus: in his enim consistit tota difficultas, quam arbitror insuperabilem alteri methodo diuersæ ab antiqua; neque enim adeo ignarus sum doctrinæ ab alijs authoribus propositæ, vt non intelligam, quod licet Exempli Gratia Algebra tantum ars sit, tamen non esse artem adeo infructuosam atque abiectam, vt non possit præstare quod commode potest antiqua practica Geometria; prius supponendo antiqua methodo demonstratas propositiones, atque adeo dimensiones quantitatum de quibus agitur in propositionibus quas pro examine proponimus: facile est practicæ Geometriæ, singulas istas quantitates metiri, atque exhibere proportionem quam habent inter se, simile aliquid, & Algebram, & non vnam ab Algebra diuersam methodum posse, manifestum est; sed similia nihil faciunt ad præsentem casum; prò quo, vt aliquid vtile afferatur ex aliqua methodo, pro illa nihil supponendo vt antiqua methodo demonstratum, necesse foret, ex eius principijs aut elementaribus propositionibus, demonstratiuo discursu illatas afferre veritates, quæ asseruntur in titulis indicatarum propositionum; propositiones enim istæ proponuntur, pro examine, in quo cum nostra Logistica conferatur quæuis methodus diuersa ab antiqua: non vero antiqua methodus, aut complexum ex antiqua & quauis alia methodo; de quo secundo examine pauca hic addo.

Quamuis sufficiat, nullam methodum seorsim sumptam præstare posse, quod potest nostra Logistica: vt illi præ cæteris conueniat titulus quem præfert; atque ad inquirendum vtrum hoc verum sit, videantur sufficere propositiones quas ad hoc examinandum indicauimus; placet tamen nonnullas alias annotare, quæ vtiles esse possunt, pro examine, in quo inquiratur an antiqua methodus, vel certe vllum complexum ex antiqua & alia methodo possit præstare idem, quod præ-

stat

ſtat noſtra Logiſtica, atque eaſdem propoſitiones demonſtrare. Licet in hoc examine quęratur de re probatu longe difficiliori, quam in priori examine: atque adeo videri poſſent longe querendæ difficiliores propoſitiones, pro examine vtiles, tamen mihi ſufficiunt illæ, quæ inter Logiſticæ noſtræ elementares numerantur. Prima ſit quam propono, ac breuiſſime demonſtro, verſus finem capitis vndecimi partis ſecundæ ideæ Logiſticæ: quæque vna eſt, ex pluribus pertinentibus ad Algebræ fundamenta: de qua propoſitione plura diximus ad dubium 12. Secunda ſit propoſitio tertia capitis primi partis quintæ ideæ, cuius vtilis vſus exponitur ad gradum 13. cap. 3. hic. Plures ad idem examen vtiles poſſem notare, vel ex parte 4. Ideę, vel ex epiſtola 4 libri primi epiſtolarum Mathematicarum, verum duæ hic annotatæ, ad intentum videntur abunde ſufficere. Vnde reliquum eſt, vt in duabus iſtis propoſitionibus aſſertas veritates, legitimo diſcurſu inferre conetur, ex ijs quæ aut antiqua aut alia vlla methodo demonſtrata inueniuntur: qui vult examinare, an complexum ex antiqua & vlla alia methodo idem poſſit pręſtare, quod poteſt noſtra Logiſtica.

Fateor quidem neſcire me, quid poſſit quælibet methodus diuerſa à methodo noſtræ Logiſticę: atque adeo ſtatuere non poſſum, non inueniri methodum ab antiqua diuerſam, quæ iuxta examen primo loco propoſitum, ſeorſim ſumpta: vel iuxta examen ſecundo loco propoſitum aut ſeorſim aut antiquæ methodo coniuncta, non deficiat à noſtra, etiam in demonſtrandis veritatibus ad elementa noſtra ſpectantibus; quod vero hoc mihi maxime probabile videatur, atque adeo ſuſpicer verum eſſe; naſcitur ex conceptu quem habeo de qualibet methodo à me delibata; mihi enim nunquam contigit nanciſci aliqua, antiqua methodo ſolidius fundata; ſuppoſito autem quod alij, meliora atque ſolidiora fundamenta non præmittant, quam quæ pro antiqua vſitata atque mihi abunde cognita ſunt: mirum non foret, ſi noſtra methodus, hoc eſt antiqua ſublatis pluribus defectibus propoſita, atque aliquantulum ampliata, ſiue vniuerſalior facta, ſufficeret ad aliquid ad quod non ſufficit altera. Qui vero contenderet, viciſſim noſtram non ſufficere ad aliquid ad quod ſufficit altera methodus, pro commodo veritatis examine poſſet exhibere, vt hic feci, vnam alteramue propoſitionem alia methodo demonſtratam quam exiſtimat noſtra non demonſtrabilem:

non tamen illud facere quod artium cultoribus familiare est, & vtile vt examinent quis promptiorem artis vsum acquisiuerit, meliusque artem possideat: nimirum proponere soluendum aliquod problema iuxta artis regulas solubile; neque enim cum Mathematicarum artium cultoribus ac Magistris, de artis alicuius præstantia, aut acquisito vsu: sed cum Mathematicam scientiam docentibus, de methodo contendo.

Vt hæc controuersia melius intelligatur, non parum prodesse possunt, quæ ad subsequens dubium notantur circa originem, progressum, atque præsentem statum scientificæ Matheseos.

Dubium decimum septimum. Plures ex gradibus qui præcedenti capite proponuntur, tanquam conducentes ad speculatiuæ Matheseos intelligentiam, sunt purè practici. Similiter in libro primo & secundo Logisticæ vix aliquid continetur, diuersum à praxibus, vel ab ijs quæ ex praxibus consequuntur. Igitur iuxta Logisticam, in praxibus, siue in practica Mathesi, statuitur via conducens ad Mathesim speculatiuam: non vero è contra speculatiua Mathesis illa est, ex qua deriuanda est Mathesis practica: vt asseritur in præcedenti primo capite.

Respondeo pro qualibet scientia addiscenda, necessarium esse praxes præmittere. Quæ enim scientia disci potest, ab eo, qui ignorat praxim legendi, scribendi, atque externis sensibus perceptibilibus vocibus aut signis, repræsentatos ab alijs conceptus assequendi, vel repræsentandi suos conceptus, vt ab alijs percipi possint. Quemadmodum vero pro singulis alijs scientijs acquirendis, præmittendæ sunt praxes, legendi aut scribendi: ità in nostra Logistica exordium sumitur à praxibus, vtilibus, vt compendiatè ac commodè scripto exprimantur, aut legantur mentis conceptus, ad Mathematicam scientiam necessarij, aut vtiles. Præterea, nisi fallor, scientiæ naturales singulæ, originem ducunt à cognitionibus externis sensibus acquisitis, adeoque practicis: iuxta effatum asserens, nihil esse in intellectu quod prius non fuerit in sensu: hoc est intellectui nullam cognitionem concedendam esse, cuius aliquod principium, & veluti semen, non fuerit subministratum à sensibus. Sola indiuidua, siue entia indiuidualia externis sensibus percipiuntur: præter hæc, etiam entia specifica aut generica cognoscit intellectus: atque circa entia specifica aut generica tantum versantur scientiæ. Si enim nihil præter singularia

gularia est,nihil intelligibile erit,sed omnia sensibilia,& scientia nullius erit, nisi quis dicat sensum scientiam esse. Vt bene docet Aristoteles Metaph. lib. 3. cap. 3. textu 12. Entium tamen specificorum atque genericorum cognitionem, intellectus debet cognitionibus indiuiduorum acquisitis per sensus; prius enim intellectus recipit indiuiduorum cognitiones à sensibus: deinde cognita indiuidua considerando independenter à differentijs indiuiduantibus, siue abstrahendo ab his differentijs, habet, siue cognoscit speciem amplectentem ista indiuidua: & similiter, considerando plures species, abstrahendo à differentijs specificis, cognoscit speciem magis vniuersalem, vel genus aliquod amplectens plures istas species; vt satis constare existimo, singulis, qui omnis scientiæ ignari non sunt. Pro Physica, externis sensibus cognitæ experientiæ, siue effectus, præcedunt: atque intellectui subministrant rudiores aliquas cognitiones proprietatum, quæ conueniunt pluribus indiuiduis: proindeque intellectus cognoscit magis restrictam speciem cui talis proprietas conuenit: ex hac magis humili cognitione, ascendit ad aliam altiorem, & cognoscit aliam speciem altiorem, siue genus cui eadem proprietas ità propria est, vt non conueniat vlli aut indiuiduali aut specifico enti, non contento tali genere: peruenitque ad cognitionem entis Logici (vt nos loquimur) de quo verum sit, quod omni & soli illi conueniat illa proprietas; adeo vt legitime atque infallibiliter inferre possit, dictam proprietatem proposito cuiuis enti non conuenire, eo ipso quod non pertineat ad cognitum genus. Hoc ordine, physica bene ordinata exordium sumens à proprietate sensuum experientia cognita in diuersis indiuiduis, assequitur cognitionem plurimorum vel omnium entium quibus talis proprietas conuenit, & proprietatis per causam cognitionem. Hoc eodem ordine Mathematicas scientias prius natas esse, atque ad eum in qua inueniuntur statum perueniſſe dicendum est, si historicis fides debeatur. Vt hoc melius percipiatur atque vtilius cognoscatur, placet hic addere breuem aliquam historicam narrationem, originis, progressus, atque præsentis status scientiæ Mathematicæ; in qua tamen narratione non commemoro propemodum innumera inuenta præclarissima, quæ Mathematicis debentur; aut scriptores optime meritos de aliqua minus fundamentali parte scientiæ Mathematicæ: vel de Physico-Mathematicis: vel artibus Mathesi subordinatis; sed nar-

rationem

rationem restringo ad speculatiuæ Matheseos non plane humilia fundamenta: à quorum notitia vel ignorantia: passim ab inuicem distinguuntur, scientiæ Mathematicæ periti vel imperiti: quæque ideo non male appellari possunt scientiæ Mathematicæ.

Breuis historica narratio, originis, progressus atque præsentis status scientiæ Mathematicæ.

HIstorici, Matheseos originem deducunt propemodum ab ipso Adamo, primo humani generis parente: eius filius post Abelis mortem primogenitus Sethus fuit, vt constat ex sacris paginis; Iosephus vero suarum historiarum lib. 1. cap. 3. scribit Sethi nepotes, cælorum ordinem, atque siderum cursus non tantum attentius obseruasse, verum etiam suas obseruationes scripsisse, siue annotasse, in duplici columna: quarum alteram ex lapidibus, alteram ex lateribus in hunc finem extruxerant, vt ità securius ad posteros transmitterent obseruationes suas. Intellexerant enim ex Adamo, duplicem interitum terræ imminere: alterum ab aqua, alterum ab igne; existimabantque contra ignem lateritiam, contra aquam lapideam columnam prodesse posse, ad præseruandas inscriptas obseruationes, suorum posterum vtilitati; additque citatus author, ex prædictis duabus columnis lateritiam perijsse: verum lapideam suis adhuc temporibus visibilem extitisse in Syria. Post diluuium primos mortalium Assyrios & Chaldęos Mathematicam coluisse tradunt idem Iosephus, Plinius, Diodorus, Cicero. Verum vt testatur Iosephus libro 1. cap. 9. apud Chaldęos ortæ, atque florentes Mathematicæ artes: Deinde ad Ægyptios translatæ sunt à Sanctissimo Patriarcha Abrahamo; hic, Deo iubente, ex patrio solo prius in Palęstinam, deinde in Ægyptum profectus; aduertit Ægyptios indole ad discendum egregia, delectari bonarum artium studio: atque illis communicauit Arithmeticam, & Astronomiam, quibus Geometriam coniunctam fuisse necesse est. His studijs adeo floruerunt Ægyptij, vt Aristoteles lib. 1. Metaph. cap. 1. affirmet, Mathematicas artes, in Ægypto, à sacerdotibus inuentas esse. Thales Milesius qui 584. circiter annis antè Christum floruit, ex Ægypto redux in patriam, dicitur primus in Græciam Mathesim transtulisse, eamque studiosius excoluisse: adeo vt plures elementorum Euclidis propositiones

nes, narrentur ab ipso inuentæ; cœpitque primus æquinoctia, & solstitia obseruare, Eclipses Solis & Lunæ prænunciare, vt scribunt Laertius, Hippias, Aristoteles & Tzetzes. Postea Pythagoras Samius Philosophorum antiquissimus, Mathematicas disciplinas vehementer auxit ornauitque; immo quoniam antè ipsum, non nisi in practicis experientijs, cognitionibusque cum huiusmodi experientijs satis immediatè connexis, consisteret prius mundo cognita Mathesis, Laertio teste, Geometriam primus abstraxit à materia externis sensibus perceptibili; omnemque propemodum Philosofandi rationem deduxit ex numeris spectantibus ad Arithmeticam: atque ità ab antiquioribus, atque practicis cognitionibus peruenit ad scientificæ Matheseos prima fundamenta; primusque ludum aperuit, in quo iuuentus in Mathematicis institueretur. Pythagoram subsecuti sunt plures de Mathesi optime meriti: inter quos celeberrimus Hippocrates, ex mercatore Philosophus & Geometra: qui præter circuli quadraturam, etiam cubi duplicationem primus tentauit per duas medias proportionales: quam viam passim eius posteri probauere. Præterea, Proclo teste, ab alijs inuenta ordinando, atque augendo, primus scripsit Matheseos elementa. His tamen, alijsque omnibus antecessoribus suis maiorem Mathesi splendorem attulisse dicitur Plato, à quo prius inuenta est Analysis, siue resolutio: ex qua ordinata est illa regula quæ proponitur cap. 9 lib. primi Logisticæ: eademque Analysis passim ab alijs Platonis successoribus vsitata inuenitur. Quam multa Plato pro Philosophia deriuauerit ex Arithmetica, quanto studio Geometriam coluerit, quantis incrementis eam ampliauerit, quanti illam fecerit, passim constat ex eius scriptis: & vt cætera hic omittam, adeo non tantum vtilem, sed etiam pro solida philosophia necessariam arbitrabatur Geometriam: vt hac lege, οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω, hoc est, nullus Geometriæ expers accedito, suæ academiæ foribus imposita, tanquam pro philosophia addiscenda ineptos proscriberet, omnes ignaros Geometriæ. Annis circiter 280. antè Christum floruit Euclides, de Mathesi optime meritus ob eam vt ità dicam Mathematicarum veritatum aurifodinam, quam posteris præparauit, in conscriptis à se Matheseos elementis; ipse quidem primus non inuenit singulas veritates quas proponit: sed vsque ad sua tempora ab alijs excogitatas elementares veritates colligendo, ordinando, atque augendo: composuit suo nomine

mine inscriptos elementorum libros: vel omnes, vel saltem plerosque: nonnulli enim posteriores duos, reliquis ab Apollonio Pergæo deinde additos arbitrantur. Hos elementorum libros vsque in hodiernum diem toto orbe celeberrimos vsitatissimosque, non male mihi videor appellare Mathematicarum veritatum aurifodinam; quemadmodum enim ex fodinis erutum est aurum omne, quod humanis vsibus deseruit, atque ità ipsis quodammodo fodinis debetur, quidquid ex auro fusum, vel aliter elaboratum habetur in pretio: ità quidquid apud Euclidis successores Mathematicos inuenitur æstimatione dignum, existimo deberi Euclideis elementis. Altius quidem quam Euclides in speculatiua atque scientifica Mathesi assurgunt, Archimedes, & Apollonius Pergæus, quorum primus annorum fere centum, alter paulo maiori interuallo Euclidem subsecutus dicitur: vterque tamen præsuppositis atque adhibitis Euclideis elementis, scripsit admiranda illa opera, quæ licet integra ad nos non peruenerint, merito tamen ab omnibus suspiciuntur, vt quædam rara humani ingenij prodigia. Similiter alij qui vsque ad hæc nostra tempora in scientijs Mathematicis laude dignum aliquid præstiterunt: sua debent, vel Euclideis elementis, vel certe ijs quæ ex Euclideis elementis deducta sunt; & si boni aliquid continet nostra Logistica, non aliunde deriuatur quam ex Euclideis elementis, vel certe ex illorum lucubrationibus, qui sua habuerunt ex istis elementis. Quemadmodum tamen multum differt aurum quod in fodina inuenitur, ab auro expurgato, atque artificiose elaborato: sic plurima quæ ex Euclideis elementis originem habent, maxime differunt ab eius doctrina. Præterea satis communi Mathematicorum consensu certum videtur, in Euclideis elementis plurima contineri non satis expurgata, atque inutilibus aut superfluis permixta: adeo vt aureæ vt ità dicam eius propositiones siue veritates, non satis tersæ, aut à terreis vilioribusque quibus permiscentur expurgatæ, in Euclideis elementis contineantur, vt aurum in fodinis. Hinc factum est, quod plurimi summo labore ac studio conati sint proponere eadem elementa emendata, correcta, aut reformata. Alij etiam notarunt, quod licet veræ sint propositiones quæ in Euclideis elementis proponuntur: singulas tamen non satis solidis discursibus inferri, vt admitti debeant inter legitimè demonstratas: atque singulas propemodum libri quinti de proportionibus agentis propositiones, legitimis demonstrationibus

rationibus deſtitutas eſſe, communis eſt ſenſus præcipuorum Mathematicorum: adeo vt propemodum innumeri hunc defectum tollere conati ſint, atque plurimi inueniuntur qui hac in parte ſibi, nulli qui alijs ſatisfecerint. Multi etiam obſeruarunt, in Euclideis elementis, proponi quidem prætioſam vt diximus aurifodinam Mathematicarum veritatum, quæ arte ſyllogiſtica promoueri poſſint, atque vtiles ſint, vt inferantur ſublimiores magiſque deſiderabiles veritates pertinentes ad Matheſim: nihil tamen proponi ab Euclide, quod dirigat vſum veritatum quas notat, atque diuerſum ſit ab arte syllogiſtica quam ſupponit aliunde cognitam: ſed cuilibet alias veritates deſideranti liberum relinqui, vt eas meliori quo poteſt modo ex ſuis elementis inferat arte ſyllogiſtica; atque adeo in complexo ex veritatibus quas Euclides notat, & arte ſyllogiſtica (quam non docet ſed tamen adhibet vt poſteriores propoſitiones ex anterioribus inferat) conſiſtit Euclidea, ſiue antiqua methodus acquirendi ſcientificam cognitionem veritatum ad Matheſim ſpectantium. Pluribus non placuit quod hæc methodus omnino vaga ſit, quippe in qua nihil inuenitur, quod aut problematis alicuius ſolutionem, aut theorematis demonſtrationem inquirentem dirigat, niſi naturalis quędam ingenij induſtria, aut facultas, vſu atque exercitatione acquiſita atque confirmata.

Diophantus Alexandrinus cuius meminimus ad dubium 14. addendo nonnullas praxes aut regulas, ijs quæ in antiqua methodo proponuntur pro numerorum ſiue diſcretarum quantitatum conſideratione: effecit, vt à Platone inuenta Analyſis longe commodius ſeruiret pro indagandis veritatibus ſpectantibus ad Arithmeticam; adeo vt non amplius ex tota arte ſyllogiſtica, vago labore quærendum eſſet, quod ſufficeret ad inferendam propoſitam veritatem ſpectantem ad Arithmeticam: ſed in hunc finem propemodum ſatis eſſet ſola Analytica: quæ artis ſyllogiſticæ pars eſt ſatis reſtricta. In nouis iſtis praxibus poſuit noua fundamenta artis, quæ hiſce temporibus vſitato loquendi modo dicitur Algebra numeroſa. Quoniam tamen ars hæc, ſiue numeroſę Algebræ methodus, conſtat partim ex Platonis Analytica, partim ex antiquæ methodi veritatibus ad Arithmeticam ſpectantibus, partim ex praxibus aut regulis à Diophanto excogitatis: ex tribus enumeratis partibus ſimul componentibus Algebram numeroſam, ſola poſtrema huic arti propria eſt: priores vero duæ, etiam anti-

quæ methodo ſunt communes. Noua hæc Diophanti methodus, ſiue Algebra numeroſa, non tam vaga eſt quam methodus Euclidea, quoniam tamen huius Algebræ propria, atque à Diophanto excogitata fundamenta, inuoluunt aliquas propoſitiones non per ſe notas, neque legitimis diſcurſibus ſtabilitas: immo neque tales, ex quibus legitimo diſcurſu nihil niſi verum inferri poſſit; pro cognitionibus ſcientificis parum proderat Algebra numeroſa. Nihilominus ob eius vtilitatem pro praxi, atque inueniendis Arithmeticorum problematum ſolutionibus, merebatur eam æſtimationem in qua deinceps remanſit apud poſteros: & numerari, inter præſtantiſſimas Matheſeos artes. Huius artis, in numeris vtilitatem experti plures ex Diophanti ſucceſſoribus, deſiderauerunt, atque etiam inquiſiuerunt ſimilem artem aliquam pro Geometria vtilem; vel numeroſæ Algebræ fundamenta ità videre accommodata, vt non minus vtilia eſſent pro Geometria quam pro Arithmetica; hoc beneficium Mathematicis diſciplinis primus præſtitit Franciſcus Vieta, verſus finem ſeculi proximè elapſi, vt dicitur ad dubium 14, atque hoc ſuum inuentum inſcripſit Analyticam: idemque alij forte magis proprio & vſitato modo appellant Algebram ſpecioſam: quippe in hoc inuento, pro numeris ſiue notis numeros indicantibus, adhibentur litterarum ſpecies ſiue alphabeti litteræ, vt in numeroſa Algebra numeri adhibentur; atque hoc caput eſt in quo potiſſimum differt Algebra ſpecioſa à numeroſa, & ex quo reſultat maior vtilitas & amplitudo ſpecioſæ Algebræ, quæ etiam vtilis eſt pro Geometria. Longo tempore deſiderati, atque præſtantiſſimi huius inuenti non tantum nouitas, ſed etiam maior vniuerſalitas, ilico ad eius culturam allicuit plurimos, à quibus non parum promota eſt ſpecioſa illa Algebra; non defuerunt etiam qui magno conatu tentarunt altius aliquid, nimirum Algebræ propria fundamenta non ſatis firma atque probatione indigentia, legitimis demonſtrationibus ſtabilire; aduertebant enim artem iſtam optimam quidem eſſe ad inueniendas veritates, tum ad Arithmeticam, tum ad Geometriam pertinentes: ſed tamen veritates, quæ hac methodo tantum inferuntur, non poſſe dici legitime demonſtratas, quandoquidem dependeant atque ſequantur ex fundamentis, demonſtrationibus quibus indigent deſtitutis: quas demonſtrationes addendo Algebræ fundamentis, efficerent, vt Algebræ methodo illatæ veritates deberent admitti inter legitimè

itimè demonſtratas Matheſeos veritates: eodem iure quo
ales habentur quæ inferuntur Antiqua methodo. Nobilis
æc atque ſublimis cogitatio, hactenus nemini ſatis feliciter
acceſſit, remanſitque Algebræ methodus inter artes, neque
dici poteſt methodus ſcientifica, hoc eſt conducens ad ſcienti-
icam Mathematicarum veritatum cognitionem; præſertim
cum aliqua Algebræ propria fundamenta talia ſint, vt ex ipſis
non minus legitimè falſa, quam vera inferri poſſint: vt ſatis
conſtat ex epiſtola prima lib.1.epiſtolarum Mathematicarum.
Hinc ſaltem meo iudicio intelligentiores Mathematici, vſque
n pręſentem diem ſtatuunt; Algebram eſſe artem præſtantiſſi-
nam, maximèque vtilem ad commodam inuentionem pluri-
narum veritatum ſpectantium ad Matheſim: verum pro huiuſ-
nodi veritatum demonſtratione recurrendum ad methodum
antiquam, donec inueniatur, qui Algebræ necdum ſatis ſta-
bilita fundamenta dotet requiſitis demonſtrationibus, vt in-
er legitimè demonſtrata admitti poſſint, quæ ex his funda-
nentis inferuntur; atque adeo Algebræ methodum, antiquam
nethodum ſuperare commoditate inueniendi veritatem cuius
notitia deſideratur: antiquam vero methodum, Algebræ me-
thodo excellentiorem eſſe ex eo capite, quod ſcientificas co-
gnitiones ſubminiſtret, ad quas inutilis eſt Algebra.

Circa eadem tempora, quibus numeroſæ Algebræ vt iam
diximus fundamenta ità ordinata ſunt, vt non minus Geo-
metriæ quam Arithmeticæ deſeruirent praxes, prius tantum
vtiles pro Arithmetica: alia ad eumdem quodammodo finem
vtilis cogitatio, incidit Bonauenturæ Caualerio Mediolanenſi
ex ordine Ieſuatorum: nimirum modus conſiderandi quanti-
tates continuas ac ſi tantum eſſent quædam aggregata pun-
ctorum indiuiſibilium, ſiue potius partium quas placet reprę-
ſentare per vnitates vulgares, quæque ſingulæ quodammodo
ſint vel intelligantur indiuiſibiles, quemadmodum vulgaris
vnitas eſt indiuiſibilis; quo fundamento præſuppoſito, docet
ſatis expedite & commode multa ad Geometriam ſpectantia
inferre, mediantibus praxibus independenter à tali ſuppoſi-
tione tantum vtilibus pro Arithmetica; atque ità faciliores
commodioreſque Arithmeticæ praxes, reddit magis vniuer-
ſales & vtiles pro continuis quantitatibus. Hoc inuentum,
ingenioſum, vtile, ac laude digniſſimum: meritò annume-
ratum fuit præſtantioribus praxibus ſiue artibus ad Matheſim
ſpectantibus, & paſſim vocatur methodus indiuiſibilium, ſiue

indiuisibilium Geometria. Hæc indiuisibilium methodus, licet commoda sit pro inueniendis varijs veritatibus pertinentibus ad Geometriam, parum vtilis est ad scientificam inuentarum veritatum cognitionem; & licet multi vel supra meritum extollant, vel infra meritum deprimant hanc methodum: tamen qui æquiorem lancem adhibent, contenti sunt eam approbare vt ingeniosam, pro praxi vtilem & commodam, non tamen vt nusquam etiam in praxi deficientem. Consequenter ad eius fundamenta sequi mihi videtur, quod quemadmodum vulgares numeri singuli vel sunt vnitas, vel vnitatum aggregatum; ità etiam singulas continuas quantitates dicendas esse: vel indiuisibile significatum per vnitatem vulgarem, vel eiusmodi vnitatum siue indiuisibilium aggregatum; ex quo sequitur quod sicut quælibet vulgarium vnitatum aggregata inter se, ità quaslibet continuas quantitates inter se habere proportionem: maxime noxia propositio pro Matheſi ſpeculatiua: praxes vero siue artes ad Mathesim spectantes, sed tamen non subordinatæ immo contrariæ atque aduersantes speculatiuæ Mathesi, mihi non placent.

Postremo loco enarratum Matheseos statum, saltem mihi imaginabar, quando scripsi Logisticam: an in illa boni aliquid præstiterim, statuent alij; fateor quod mihi persuadeam, me in Mathesi amplius aliquid aduertisse, quam aduerterit Renatus des Cartes: qui in sua methodo rectę regendæ rationis, inter alia satis amœna & ab ipso nunquam in praxi obseruata documenta, notat, *se circa Mathematicas scientias hoc aduertisse* (idemque vt rem commemoratione dignam à prædicto authore animaduersam monet Franciscus à Schooten in notis ad Isagogen Francisci Vietæ) *nimirum, etiamsi illa circa diuersa obiecta versentur, in hoc tamen conuenire omnes, quod nihil aliud examinent quam relationes siue proportiones quasdam, quæ in ijs reperiuntur*. Vtinam saltem addidisset quid intellexerit per illas quasdam relationes siue proportiones, vt sic melius constaret an verum sit, quod suspicor verissimum, nimirum neque D. des Cartes, neque eius Algebræ aut Geometriæ promotores vnquam intellexisse, quid per vocem *proportio* intelligendum sit in Methodo antiqua, quæ pro eius Geometria supponitur. Ego tamen mei ità immemor non sum, vt existimem me omnia comprehendisse: adeoque posteris nihil inueniendum relinquere nisi quod studio à me prætermissum est; vt consequenter, cum prædicto authore in fine

libri

libri tertij suæ Geometriæ dicere possim, *quod sperem, à posteris mihi gratias habitum iri, non solum pro ijs, quæ explicui: sed etiam pro ijs, quæ consulto omisi, quò ipsis voluptatem illa inueniendi relinquerem.*

In scribenda Logistica intentum meum fuit, proponere methodum scientificam, præter artem syllogisticam,& scientijs omnibus communia principia nihil aliunde,hoc est ab Euclide vel alijs authoribus scriptum,supponentem:commodam tamen ad Mathematicarum veritatum inuentionem atq;demonstrationem:etiam sub ea vniuersalitate quā admittunt. In hunc finem,ab ipsis primis principijs sumendo exordium, pro antiquæ methodi elementis(vt supra dixi multis defectibus abundantibus)conatus sum substituere elementa magis expurgata; atque his addere aliqua, quæ discursus iuuent ac dirigant, ad assequendum scientificam cognitionē propositæ veritatis spectantis ad Mathesim, siue proprietatis alicui quantitati conuenientis;ac deniq; exhibere modum assequendi quantitatem cui omni & soli conueniat talis proprietas:siue modum quo à magis restricta cognitione proprietatis,perueniri potest ad eius vel magis, vel maxime vniuersalem cognitionem; vt in huiusmodi vniuersalioribus, atque adeo paucioribus propositionibus, & modo eas adhibendi: habeatur compendiata & commoda Mathesis speculatiua, ac Domina artium omnium ad Mathesim spectantium: ex qua facile deriuari possint singulę veritates magis restrictæ, atque regulæ artium directrices.

Dubium decimum octauum. In constructione, quæ præmittitur pro demonstratione alicuius propositionis, nunquam assumere siue supponere aliquid factum esse, nisi prius ostensum sit quomodo id fieri possit: vitatum est in antiqua methodo; quo igitur iure in methodo Logisticæ, passim adhibentur demonstrationibus seruientes constructiones,in quibus assumuntur siue supponuntur aliqua facta esse, de quibus nusquam prius dictum est quomodo fieri possint? Huiusmodi constructionum exempla plurima inueniuntur in parte 3. Ideæ Logisticæ.

Respondeo, In Logistica nostra nullam inueniri constructionem inseruientem demonstrationi alicuius propositionis, in qua supponitur aliquid factum, de quo manifestè non constet quod sit possibile: eo ipso autem quod aliquid sit manifestè possibile, tametsi non indicetur vel etiam ignoretur modus quo fieri possit, liberè à nobis factum supponitur in constru-

ctione,

ctione quæ assumitur pro demonstratione : idque vt ità dicam à nobis fit iure naturæ . Etenim pro legitima demonstratione propositionis , nihil aliud requiritur , quam discursus euincens ex prius cognitis veritatibus necessario sequi veritatem propositionis quæ probanda est ; atque adeo pro legitima demonstratione licitum est assumere, quidquid præcognitum est manifestè verum esse ; quandoquidem igitur de eo quod manifestè possibile est , manifestè verum est , quod possit factum esse , etiamsi ignoretur modus quo possit fieri : ipsa vt ità dicam demonstrationis essentia siue natura docet , pro legitima demonstratione supponi posse factum esse , quod manifeste possibile est ; etiamsi non proponatur vel etiam ignoretur modus quo fieri possit .

Si non pro demonstratione , sed pro problematis alicuius solutione, præscriberetur aliquid de quo manifeste quidem patet quod sit possibile, sed tamen non constat quomodo possit fieri : iure merito admitti non deberet talis solutio vt legitima ; quod iterum satis patet ex ipsa natura problematis & eius solutionis ; etenim quando in problemate quæritur quomodo aliquid fieri possit; huic quæsito satisfacere debet solutio problematis : quare legitima problematis solutio dici non potest quæ non docet quomodo fieri possint singula necessaria vt fiat illud de quo quæritur in problemate .

Antiqua methodo Archimedes bene demonstrat circulum esse æqualem triangulo cuius basis sit æqualis circumferentiæ circuli, altitudo vero sit æqualis radio eiusdem circuli ; pro demonstratione huius propositionis requiritur constructio in qua factum sit triangulum cuius basis sit æqualis circumferentiæ dati circuli ; quomodo id fiat, nusquam aut ipse , aut antè vel post ipsum alius hactenus docuit . Similia alia exempla satis multa inueniuntur apud primarios Geometriç principes: in quibus assumitur constructio in qua factum aliquid supponitur , de quo nę quidem constet quomodo fieri possit : superfluum tamen videtur authoritatem afferre , vt constet nobis licitum esse, quod ipsa ratio atque demonstrationum natura , docet bene fieri . Denique licet Euclides plerumque non assumat aliquid factum in demonstrationibus ; de quo antè non ostenderit quomodo possit fieri ; tamen subinde pro demonstratione probandæ veritatis , supponit atque assumit propositionem contradictoriam eius quam debet & vult inferre atque demonstrare . Exempli Gratia in demonstratione propositionis

is 12. libri 9. assumit atque supponit, quod numerus A non
ietiatur numerum B, atque ex hac propositione, non dedu-
endo aliquid impossibile, sed affirmatiuo discursu infert at-
ue demonstrat propositionem probandam, nimirum quod
umerus A metiatur numerum B; quoniam tamen hæc pró-
ositio quam infert atque demonstrat vera est: patet falsam
sse eius contradictoriam, quam prius assumpserat, vt hanc
eram propositionem legitime inferret atque demonstraret.

Dubium 19. Quemadmodum circuli quadrans, qui rotatur
irca vnam ex duabus semidiametris quibus terminatur, pro-
ucit dimidiam sphæram: ità dimidia Parabola, quæ rotatur
irca suum axem, producit conoidem parabolicum. Simili-
er multæ aliæ superficies aut lineæ, quando vehuntur vel ro-
antur, producunt corpora vel superficies, quæ considerantur
b alijs Mathematicis; quandoquidem igitur in Logistica
ion proponantur ductus nominati ex quibus generentur hu-
usmodi corpora vel superficies, materia de ductibus proposi-
a in Logistica nimis restricta est: quippe quæ extendi poterat
d prædictarum quantitatum considerationem.

Respondeo. Ductibus nominatis à me propositis in cap. 3.
artis 2. ideæ Logisticæ, plures alios addi posse: neque ego
gnorabam, neque vllus ignorare potest, qui considerauit
paucos ductus à me enumeratos; mihi tamen non videbantur
plures necessarij pro libellis hactenus editis de methodo nostræ
Logisticæ: & minus timebam repræhendi, quod hactenus plu-
es non proposuissem, quam quod enumeratos ductus non pro-
posuissem sub maiori vniuersalitate quam admittebant. Exem-
pli Gratia basis quæ linea est, atque mouetur tantum iuxta
extensionem quam habet, non producit superficiem; similiter
basis quæ superficies est, atque tantum mouetur iuxta exten-
ionem quam habet non producit corpus; hinc supposito quod
basis quæ ducitur ductu primo sit superficies, per hoc quod
cum motu spectante ad ductum primum, nimirum cum motu
quo vehitur iuxta extensionem quam non habet, concurrat
alius motus quo vehatur vel rotetur iuxta extensionem quam
habet, non desinit producere corpus æquale corpori quod
prius producebat: quandoquidem secundus ille atque cum
primo concurrens motus, nihil conducat ad productionem
corporis, adeoque non causet productionem aut maioris aut
minoris corporis, quam solus primus producebat: tamen
supposito quod basis sit parallelogrammum, quando hæc ba-

sis

ſis ſimplici tantum motu vehitur ductu primo, non poteſt producere niſi parallelepipedum rectum: ſi vero cum ſimplici motu quo ductu primo veheretur, concurrat in baſi motus rotationis iuxta extenſionem quam habet: non amplius producit parallelepipedum rectum: ſed cochleam ſiue cochleatum corpus rectum. Deinde ſi cum ſimplici motu quo ductu primo veheretur, concurrat in baſi, non motus rotationis, ſed motus quo vehatur iuxta extenſionem quam habet: non vt prius rectum, ſed obliquum parallelepipedum generabit; præterea ſi cum ſimplici motu quo ductu primo veheretur, concurrat in baſi duplex alius ſimplex motus, nimirum vnus quo vehatur iuxta extenſionem quam habet, alter quo rotetur iuxta extenſionem quam habet: hoc caſu produceret corpus obliquum atque cochleatum, & conſequenter diuerſum, ab ijs quæ in prioribus caſibus ex eadem baſi generabantur. Similiter per hoc quod in baſi quæ linea eſt, cum ſimplici motu quo ductu primo ſuperficiem produceret, concurrat, vel vnus, vel duplex alius motus: nihil tamen conducens ad maioris ſuperficiei productionem: multum augetur numerus diuerſarum ſuperficierum producibilium ex eadem baſi; poterat tamen ductus primi conceptus itâ proponi, vt amplecteretur totam illam multitudinem diuerſarum quantitatum, cuius non niſi paruam partem amplectitur pro vt à nobis propoſitus eſt. Eodemque modo tertius & alij ſubſequentes ductus nominati, poterant reddi longe vniuerſaliores; immo inſinuata maior vniuerſalitas non eſt talis vt vltra illam maiorem nullam admittant; licet vero ſub huiuſmodi vel maiori, vel maxima vniuerſalitate propoſiti conceptus ductuum nominarorum, habuiſſent vſum longe ampliorem, & tamen vix vllo modo difficiliorem: atque optimè intelligerem maximi faciendam eſſe vniuerſalitatem maiorem, præſertim quando ex illa non reſultat notabile incrementum difficultatis; tamen nominatorum à me ductuum conceptus, initio ſub maiori vniuerſalitate proponere nolui, varias ab cauſas: inter quas vna eſt quam hic attigi; etenim quando maiori vniuerſalitati aſſociata eſt maior difficultas, hæc multum imminuit vniuerſalitatis æſtimabilitatem; iam vero ſtatim ſub initium tractationis de noſtris ductibus proponere ampliores ductuum conceptus, non poterat non cauſare in diſcentibus, maximam difficultatem in aſſequendis iſtis conceptibus; vt hanc difficultatem declinarem, & per illam non imminuerem æſtimabilitatem,

em, quam videbatur habere maior, eorumdem conceptuum vniuersalitas, iudicaui prius proponendos ductuum nominatorum conceptus satis restrictos, atque adeo non difficulter intelligibiles: quibus tamen præmissis, etiam sine notabili difficultate assequi possent magis vniuersales eorumdem ductuum conceptus: qui proinde videbantur vtilius differri in alium locum, etenim persuasum mihi est, & discentium commoditatem, & scientiam assequendi ordinatam methodum, requirere illud, quod ad dubium 17. indicaui; nimirum, vt à magis restrictis cognitionibus sumatur exordium, atque ex his paulatim gradus fiat ad cognitiones magis vniuersales. Hinc in primo & secundo Logisticæ libro, prius non nisi magis restricta atque in numeris vulgaribus proposita problemata considerantur, ex quibus deinde ad magis vniuersalia proceditur: atque hoc ordine ad vniuersales longeque præstantiores problematum solutiones, propemodum sine difficultate peruenitur, licet ad eiusmodi solutiones accessus immediatus, foret maxime difficilis, ac discentibus fortassis insuperabilis.

Ex ijs quæ hic indicauimus circa maiorem vniuersalitatem quam admittunt à nobis propositi ductus nominati, obiter colligi atque notari potest: saltem aliqua pars viæ, vtilis pro demonstratione principiorum hypotheticorum, quæ hactenus adhibentur in nostra Logistica; quandoquidem enim motu quo basis aliquam continuam quantitatem produceret ductu primo, additus motus quo basis illa vehatur iuxta extensionem quam habet, nihil conducat ad maioritatem vel minoritatem quantitatis quæ ex basi mota producitur: satis patet eamdem vel æqualem basim, ductam in eamdem vel æqualem altitudinem, vtroque casu producere quantitatem eiusdem magnitudinis: quoniam tamen primo casu producta quantitas, est quantitas genita ex ductu primo: & secundo casu producta quantitas, est quantitas producta ductu secundo: etiam constat A *in* B ductu primo *ad* A *in* B ductu secundo = 1 *ad* 1; vt asseritur in secundo axiomate nostro hypothetico. Verum de nominatorum ductuum nostrorum, aut demonstrationibus, aut maiori vniuersalitate, aut alijs ductibus his addendis, fauente Deo suo loco agetur.

Dubium vigesimum. In problemate tertio appendicis partis quartæ Ideæ Logisticæ (cuius problematis vsus est frequentissimus in methodo Logisticæ) proponuntur quidem modi vtiles, pro inuenienda ratione ex pluribus rationibus compo-

sita, quando rationum istarum termini sunt numeri vulgares: vel saltem non differunt quo ad dignitatem, siue litteras repræsentantes quantitates: aut pro quibusdam alijs casibus particularibus; sed tamen, aut in dicto problemate, aut alibi, non proponitur quod sufficiat in quolibet casu pro Logisticæ methodo; Exempli Gratia, supposito quod primo ex duobus modis propositis ad gradum 13. demonstrandum sit theorema 51. cap. 3. partis 5. Ideæ; præmissa hypothesi quod superficies sphæræ de qua agitur in citato theoremate sit X, quodque cylindri vt ibi dicitur sphæræ inscripti curua superficies sit Z: deberet institui talis discursus. Per theorema 3. cap. 1. partis 5. Ideæ, X *ad* Z habet rationem compositam ex quatuor rationibus, quarum prima ratio est quam habet basis, siue 2 arcus

Fig. 39. Ideæ.

H P *ad* basim siue 4 arcus O H. Secunda ratio est quam habet altitudo, siue 4 arcus H P *ad* altitudinem siue rectam P H. Tertia ratio est, quam habet ductus quintus *ad* ductum primum, hoc est ratio quam habet B H *ad* arcum H P. Quarta ratio est quam habet ductus primus *ad* ductum primum, hoc est ratio quam habet 1 *ad* 1. Sed iuxta secundam solutionem problematis 3. appendicis, ratio ex prædictis quatuor rationibus composita, est ratio quam habent 2 arcus H P *in* 4 arcus H P *in* lineam B H *ad* 4 arcus H O *in* 2 lineas H P *in* arcum H P: igitur hæc ratio = rationi X *ad* Z. Quid iuuat inuenta prior illa ratio ad intentum, nisi ad simpliciores atque intelligibiles terminos reducatur? quare proponendum erat quomodo id fieri possit.

Respondeo. Pro quantitatibus, ad intentum finem minus commoda scriptione expressis, substituere vel easdem vel æquiualentes quantitates, commodiori scriptione expressas: adeo vsitatum est in Logistica, vt etiam requiratur pro maxime facilium problematum solutionibus; & ne quidem pro his, aut etiam pro vulgari Arithmetica (in qua idem etiam passim vsitatum est) dari potest vna aliqua mechanica regula, quæ vt ita dicam cæco sufficiat, vt inter omnes numeros æquiualentes, pro aliquo qui ad intentum finem minus commodus est, inueniat commodiorem qui prioris locum supplere potest; verum licet aliquis perspicacissimus non sit, oculos tamen habeat quibus videat circumstantias in quibus versatur, & finem quem intendit: ex facilioribus casibus procedendo ad difficiliores, discit aduertere, atque ex pluribus sibi eligere, aut scriptionem, aut æquiualentem quantitatem, vtilem

vt pro minus commoda substituatur: neque id aliter atque sufficienter, aut pro Logistica nostra, aut etiam pro vulgari ab alijs vsitata Arithmetica discitur, quam vsu atque exercitio. Vt tamen appareat in Logistica non deesse quæ sufficiunt, vt citatum aliaque theoremata, modo in ipso dubio indicato demonstrentur, ex ijs quæ cap. 3. partis 5. ideæ Logisticæ proponuntur, & aliter demonstrantur: addo hic pauca theoremata demonstrata priori ex duobus modis de quibus agitur in gradu 13. cap. 3. inter hæc theoremata inuenitur atque sextum est illud de quo agitur in proposito dubio: non tamen vt reliqua vnica tantum demonstratione stabilitum, sed dotatum tribus diuersis demonstrationibus: vt sic melius appareat, non tantum quomodo, sed etiam quam diuersimode fieri possit illud de quo quæritur, & quodammodo dubitatur an sit possibile.

Theorema I.

SI trianguli A B C, angulus A B C rectus sit: quadratum A C, erit æquale quadratis A B & B C simul sumptis. *Est theorema 4. cap. 3. partis 5. Ideæ Logisticæ.*

Constructio. Ducta sit recta B D, lateri A C perpendiculariter occurrens in puncto D. Fig. 20. Ideæ.

Demonstratio, Per theor. 3. cap. 1. partis 5. ideæ Logisticæ quadratum AC *ad* quadratum AB, hoc est AC 2 *ad* AB 2, habet rationem compositam ex quatuor rationibus, quarum prima est, AC *ad* AB: Secunda est, A C *ad* A B ≏ AB *ad* AD, vt patet ex hypothesi & theoremate 10. partis 3. Ideæ Logisticæ; Tertia est, 1 *ad* 1: Quarta est, 1 *ad* 1; Sed per prob. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logisticæ, hæc ratio composita æquatur rationi A C *ad* A D: ergo A C 2 *ad* A B 2 = A C *ad* AD. Rursus per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logisticæ, quadratum AC *ad* quadratum B C, hoc est A C 2 *ad* B C 2, habet rationem compositam ex quatuor rationibus, quarum prima est, A C *ad* B C: Secunda est AC *ad* B C ≏ B C *ad* D C, vt patet ex hypothesi & theor. 10. partis 3. Ideæ Logisticæ: Tertia est, 1 *ad* 1: Quarta est, 1 *ad* 1; Sed per prob. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logisticæ, hæc ratio composita æquatur rationi A C *ad* D C: ergo A C 2 *ad* B C 2 = A C *ad* D C. Quandoquidem igitur A C 2 *ad* A B 2 = A C *ad* A D, & præte-

 rea

rea A C 2 *ad* B C 2 = A C *ad* D C: manifestum est, A C 2 *ad* A B 2 † D C 2 = A C *ad* A D † D C: sed per hypothesim A C = A D † D C: ergo A C 2 *ad* A B 2 † B C 2 = A C *ad* A C: atqui A C = A C: ergo A C 2 = A B 2 † B C 2. Quod erat demonstrandum.

Hoc idem theorema, breuius, sed aliter demonstratum proponitur in epistola 6. lib. 1. epistolarum Mathematicarum: est enim propositio 47. lib. 1. Euclidis. Deinde in eadem epistola post propositionem 48. libri 1. Euclidis, proponitur, atque demonstratur sub ea vniuersalitate ad quam non assurgit antiqua methodus, vt ibidem notatur in Scholio: atque adeo dicta propositio 29. etiam annumerari poterat reliquis de quibus agimus ad dubium 16. vtpote facile demonstrabilis Logisticæ methodo, sed indemonstrabilis methodo Euclidea.

Theorema II.

Circulus X, cuius radius A B est medius proportionalis inter recti cylindri Z, latus E G, & baseos diametrum E L: æqualis est curuæ superficiei cylindri Z. *Est theor.* 40. *cap.* 3. *partis* 5. *Ideæ Logisticæ*.

Fig. 33 & 35. ideæ.

Constructio. Circumferentia circuli X sit B C D: item circumferentia baseos cylindri Z, sit E F L.

Demonstratio. Per theorema 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logisticæ, curua superficies recti cylindri Z, *ad* circulum X, habet rationem compositam ex quatuor rationibus, quarum prima est, E F L *ad* A B: secunda est E G *ad* B C D: Tertia est 1 *ad* 1: Quarta est 2 *ad* 1; sed per prob. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logisticæ; hæc ratio composita est æqualis rationi quam habet E F L *in* 2 E G *ad* A B *in* B C D: ergo curua superficies recti cylindri Z *ad* circulum X = E F L *in* 2 E G *ad* A B *in* B C D: sed per theor. 3. cap. partis 5. Ideæ Logisticę; E F L *in* 2 E G *ad* A B *in* B C D, habet rationem compositam ex ratione E F L *ad* B C D, & ratione 2 E G *ad* A B, hoc est rationem compositam ex ratione E L *ad* 2 A B, & ratione 2 E G *ad* A B, vt patet ex primo axiomate hypothetico; hoc est rationem compositam ex ratione A B *ad* 2 E G, & ratione 2 E G *ad* A B, vt patet ex hypothesi: hoc est rationem 2 E G *ad* 2 E G, vt patet ex prob. 3. appendicis partis 4. ideæ Logisticæ: ergo curua superficies cylindri recti Z *ad*

circulum

circulum X = 2 E G *ad* 2 E G ≏ 1 *ad* 1. Quod erat demonstrandum.

Theorema III.

Cuiuscunque sphæræ X, superficies, quadrupla est maximi circuli eiusdem sphæræ. *Est theor. 44. cap. 3. partis 5. Ideæ Logisticæ.*

Constructio. Sit ABK quadrans maximi circuli sphæræ X.

Demonstratio. Per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logisticæ, superficies sphæræ X *ad* 4 A B K, habet rationem compositam ex quatuor rationibus, quarum prima est, 2 A K *ad* B K: secunda est, 4 A K *ad* 4 A K: tertia est, B K *ad* A K: quarta est 2 *ad* 1; sed per prob. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logisticæ, hæc ratio composita æqualis est rationi 4 *ad* 1: ergo superficies sphæræ X *ad* 4 A B K = 4 *ad* 1: ergo per constructionem & hypothesim superficies sphæræ X, quadrupla est maximi circuli eiusdem sphæræ. Quod erat demonstrandum.

Fig. 37. ideæ.

Theorema IV.

Omnis sphæra X, æqualis est cono Z, cuius altitudo P G æqualis est radio sphæræ X, basis vero E L æqualis est superficiei sphæræ X. *Est theor. 48. cap. 3. partis 5. Ideæ Logisticæ.*

Constructio. A B K sit quadrans maximi circuli sphæræ X.

Demonstratio. Per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logisticæ, sphæra X *ad* conum Z, habet rationem compositam ex quatuor rationibus, quarum prima est, ratio 2 A B K *ad* E L, hoc est ratio 1 *ad* 8, vt patet ex constructione, hypothesi, & præcedenti theoremate: secunda est 4 A K *ad* P G ≏ 4 A K *ad* A B: Tertia est, 2 A B *ad* 3 A K, vt patet ex ductu quinto ampliato proposito ad dubium vndecimum: quarta est 3 *ad* 1; sed per prob. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logisticæ, hæc ratio composita æqualis est rationi 1 *ad* 1: ergo sphæra X *ad* Conum Z = 1 *ad* 1: ergo sphæra X, æqualis est cono Z. Quod erat demonstrandum.

Fig. 36. & 37. ideæ.

Theo-

Theorema V.

Cylindri recti sphęrę circumscripti curua superficies ęqualis est superficiei sphæræ. Et si cylindrus ac sphæra secentur planis ad axem rectis, erunt singula curua superficiei cylindricæ segmenta, segmentis singulis superficiei sphæricæ æqualia. *Est theorema 45. cap. 3. partis 5. Ideæ Logisticæ.*

Fig. 38. ideæ. Constructio pro prima parte. Cylindri I H sphęrę circumscripti axis sit A K, qui idem axis sit diameter sphæræ C K: sitque A B K quadrans maximi circuli eiusdem sphæræ.

Démonstratio primæ partis. Per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logisticæ, superficies sphæræ C K *ad* curuam superficiem cylindri I H, habet rationem compositam ex quatuor rationibus, quarum prima est, 2 arcus A K *ad* 4 arcus A K ⩸ 2 *ad* 4; secunda est, 4 arcus A K *ad* 2 A B: tertia est A B *ad* arcum A K: quarta est 1 *ad* 1; sed per prob. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logisticæ, hæc ratio composita est ęqualis rationi quam habent 8 arcus A K *ad* 8 arcus A K ⩸ 8 *ad* 8: ergo superficies sphærę C K *ad* curuam superficiem cylindri I H = 8 *ad* 8: ergo superficies sphæræ C K æquatur curuæ superficiei cylindri I H. Vt asseritur in prima parte.

Constructio pro secunda parte; posita constructione primæ partis, quæuis plana ad cylindri axem recta, atque axi occurrentia in punctis A & G, ex sphæra auferant segmentum L A D, ex cylindro vero auferant segmentum F H.

Demonstratio secundæ partis, *in qua commoditatis gratia supponitur definitio ductus quinti ampliati proposita ad dubium 11. & consequenter axioma quintum ampliatum ibidem propositum.* Per theorema 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logisticæ, superficies portionis sphæricæ L A D *ad* curuam superficiem portionis cylindricæ F H, habet rationem compositam ex quatuor rationibus, quarum prima est, arcus A D *ad* 4 arcus A K: secunda est, 4 arcus A K *ad* A G: tertia est A G *ad* A D: quarta est, 1 *ad* 1; sed per prob. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logisticæ, hæc ratio composita æqualis est rationi A D *ad* A D ⩸ 1 *ad* 1: ergo superficies portionis sphæricę L A D *ad* curuam superficiem portionis cylindricæ F H = 1 *ad* 1: igitur superficies sphæricæ portionis L A D, æqualis est curuæ superficiei cylindricæ portionis F H. Vt asseritur in secunda parte.

Theo-

Theorema VI.

Sphæræ superficies X, curuæ superficiei Z cylindri quadrati sphæræ inscripti dupla est. *Est theor. 51. cap. 3. partis 5. Ideæ Logisticæ.*

Constructio. Cylindri quadrati sphæræ inscripti axis sit QA, latera sint PH & IM. Sphæræ centrum sit B, radij BH & BP: præterea recta BK perpendiculariter in K occurrat rectæ PH: denique arcus OH sit quarta pars circumferentiæ radio AH descriptæ. Fig. 39. ideæ.

Demonstratio prima, *in qua commoditatis gratia assumitur vnitas vulgaris ad significandum arcum HP, hoc est arcum quadrantis maximi circuli sphæræ, habentis radium BH: vt satis patet ex hypothesi & constructione*. Per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logisticæ, X *ad* Z habet rationem compositam ex quatuor rationibus, quarum prima est, 2 arcus HP *ad* 4 HO ≏ BH *ad* 2 AH: secunda est, 4 arcus HP *ad* 2 AH ≏ 4 *ad* 2 AH: Tertia est BH *ad* arcum HP ≏ BH *ad* 1: quarta est 1 *ad* 1; sed per prob. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logisticæ, hæc ratio composita æqualis est rationi BH 2 *ad* AH 2: ergo X *ad* Z = BH 2 *ad* AH 2: sed ex hypothesi & theor. 1. hic, satis patet BH 2 *ad* AH 2 = 2 *ad* 1: ergo X *ad* Z = 2 *ad* 1: ergo sphæræ superficies X, curuæ superficiei Z, cylindri quadrati sphæræ inscripti dupla est. Quod erat demonstrandum.

Demonstratio secunda, *in qua vnitas vulgaris non assumitur ad significandum arcum HP: sed adhibetur secundus ex duobus modis inueniendi rationem compositam, qui docetur prob. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logisticæ.*

Per theorema 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logisticæ X *ad* Z habet rationem compositam ex quatuor rationibus quarum prima est, 2 arcus HP *ad* 4 HO ≏ BH *ad* 2 AH: Secunda est, 4 arcus HP *ad* 2 AH: Tertia est BH *ad* arcum HP: Quarta est 1 *ad* 1; sed per prob. 3. appendicis partis 4. ideæ Logisticæ, hæc ratio composita æqualis est rationi BH *in* BH *in* 4 arcus HP *in* 1 *ad* 2 AH *in* 2 AH *in* arcum HP *in* 1 ≏ BH 2 *in* 4 arcus HP *ad* 4 AH 2 *in* arcum HP ≏ BH 2 *in* 4 arcus HP *ad* AH 2 *in* 4 arcus HP ≏ BH 2 *ad* AH 2; ergo X *ad* Z = BH 2 *ad* AH 2; sed per hypothesim & theor. 1. hic satis patet BH 2 esse duplum AH 2: ergo sphæræ superficies X,

curuæ

curuæ superficiei Z cylindri quadrati sphæræ inscripti dupla est. Quod erat demonstrandum.

Demonstratio tertia, *in qua vnitas vulgaris non assumitur ad significandum arcum H P, & tamen adhibetur prior ex duobus modis inueniendi rationem compositam, de quibus agitur in prob. 3. Appendicis partis 4. Ideæ Logisticæ.* Per theorema 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logisticæ, X *ad* Z habet rationem compositam ex quatuor rationibus, quarum prima est, 2 arcus H P *ad* 4 H O ≏ B H *ad* 2 A H; secunda est, 4 arcus H P *ad* 2 A H: tertia est, B H *ad* arcum H P: quarta est 1 *ad* 1; sed per prob. 3. appendicis partis quartæ Ideæ Logisticæ, hæc ratio composita æqualis est rationi B H *ad* $\frac{4 \text{ A H 2 } in \text{ arcum H P}}{4 \text{ arcus H P}}$ *per* BH ≏ BH *ad* $\frac{\text{A H 2 } in \text{ 4 arcus H P}}{4 \text{ arcus H P}}$ *per* B H ≏ B H *in* B H *ad* A H 2 ≏ BH 2 *ad* A H 2: ergo X *ad* Z = B H 2 *ad* A H 2: sed per hypothesim & theorema primum hic propositum patet, B H 2 esse duplum ipsius A H 2: ergo X est duplum Z. Quod erat demonstrandum.

Theorema VII.

Fig. 44. ideæ.

Sit X conus æquilaterus, Z sit cylinder quadratus, P sit sphæra: præterea axis coni X, tam ad axem cylindri Z, quam ad diametrum sphæræ P, habeat rationem quam habet 3 *ad* 2.

Dico corpora X, Z, P continuare eamdem rationem 3 *ad* 2, tum quo ad soliditatem, tum quo ad superficiem totam. Hoc est, corpus X *ad* corpus Z = 3 *ad* 2. Item corpus Z *ad* corpus P = 3 *ad* 2. Item totam superficiem corporis X *ad* totam superficiem corporis Z = 3 *ad* 2. Denique totam superficiem corporis Z *ad* totam superficiem sphæræ P = 3 *ad* 2. *Est theor. 63 cap. 3. partis 5. Ideæ Logisticæ.*

Constructio. Sit L D diameter baseos coni X, eiusdemque coni altitudo sit G A: sitque O G D quadrans circuli qui est basis coni X: Diameter baseos cylindri Z, sit I M: R E M sit quadrans circuli qui est basis cylindri Z. Latus cylindri Z, sit M H: Quadrans maximi circuli sphæræ P, sit N B F.

Nota quod A G 2 = 3 G D 2. Etenim per hypothesim 2 G D = 4 A D, adeoque A D 2 = 4 G D 2: sed per theor. 1. hic,

1.hic, A D 2 = G D 2 † A G 2: ergo 4 G D 2 = G D 2 † A G 2: ergo 3 G D 2 = A G 2.

Demonstratur prima pars, nimirum corpus X *ad* corpus Z habere proportionem quam habet 3 *ad* 2. Per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logisticæ, corpus X ad corpus Z habet rationem compositam ex quatuor rationibus, quarum prima est, 4 D G O *ad* 4 M E R ≏ G D 2 *ad* E M 2 ≏ G A 2 *per* 3 *ad* M H 2 *per* 4, vt patet ex hypothesi & nota præmissa; ≏ 4 G A 2 *ad* 3 M H 2: secunda ratio est, G A *ad* M H; tertia ratio est, 1 *ad* 3: quarta ratio est, 1 *ad* 1; sed per probl. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logisticæ, hæc ratio composita, æqualis est rationi 4 M A 3 *ad* 9 M H 3 ≏ 27 *in* 4 *ad* 8 *in* 9, quandoquidem per hypothesim A G *ad* M H = 3 *ad* 2: ergo corpus X *ad* corpus Z = 27 *in* 4 *ad* 8 *in* 9 ≏ 27 *per* 9 *ad* 8 *per* 4 ≏ 3 *ad* 2: igitur corpus X *ad* corpus Z habet eamdem rationem quam habet 3 *ad* 2. Vt dicitur in prima parte.

Demonstratur secunda pars, nimirum totam superficiem corporis X *ad* totam superficiem corporis Z, habere proportionem quam habet 3 *ad* 2. Per theorema 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logisticæ, curua superficies corporis X *ad* curuam superficiem corporis Z, habet rationem compositam ex quatuor rationibus, quarum prima est, 4 D O *ad* 4 R M ≏ G D *ad* E M: secunda est, A D *ad* H M ≏ 2 G D *ad* 2 E M: tertia est, 1 *ad* 2. quarta est, 1 *ad* 1, sed per problema 3. appendicis partis 4: Ideæ Logisticæ, hæc ratio composita æqualis est rationi 2 G D 2 *ad* 4 E M 2: ergo curua superficies corporis X *ad* curuam superficiem corporis Z = 2 G D 2 *ad* 4 E M 2. Rursus per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logisticæ, basis corporis X *ad* bases corporis Z habet rationem compositam ex quatuor rationibus, quarum prima est, G D *ad* E M: secunda est, 4 D O *ad* 4 R M ≏ G D *ad* E M: tertia est 1 *ad* 2: quarta est 2 *ad* 1: sed per probl. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logisticæ, hæc ratio composita æqualis est rationi G D 2 *ad* 2 E M 2; ergo basis corporis X ad bases corporis Z = G D 2 *ad* 2 E M 2: ergo tota superficies corporis X *ad* totam superficiem corporis Z = 2 G D 2 † G D 2 *ad* 4 E M 2 † 2 E M 2 ≏ 3 G D 2 *ad* 6 E M 2 ≏ G A 2 *ad* 6 E M 2, vt patet ex præmissa nota: sed quoniam per hypothesim A G *ad* H M = 3 *ad* 2, adeoque A G *ad* E M = 3 *ad* 1, patet G A 2 *ad* 6 E M 2 = 9 *ad* 6 ≏ 3 *ad* 2: ergo tota superficies corporis X *ad* totam superficiem corporis Z = 3 *ad* 2. Vt asseritur in secunda parte.

Demonstratur tertia pars, nimirum corpus Z *ad* corpus P habere proportionem quam habet 3 *ad* 2. Per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logisticæ, corpus X *ad* corpus P habet rationem compositam ex quatuor rationibus, quarum prima est, 4 R E M *ad* 2 N B F ♎ 4 *ad* 2, vt patet ex hypothesi: secunda est M H *ad* 4 arcus N F ♎ 2 E M *ad* 4 arcus N F: tertia est 1 *ad* 1: quarta ratio (iuxta axioma 5 ampliatum de quo ad dubium 11 hic) est arcus 3 N F *ad* 2 B N ♎ 3 N F *ad* 2 E M, vt patet ex hypothesi: sed per prob. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logisticæ, ratio composita ex dictis quatuor rationibus, est æqualis rationi 3 N F *ad* 2 N F ♎ 3 *ad* 2: ergo corpus Z ad corpus P = 3 *ad* 2. Vt dicitur in tertia parte.

Demonstratur quarta pars. Per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logisticæ, curua superficies corporis Z *ad* superficiem corporis P, habet rationem compositam ex quatuor rationibus, quarum prima est, 4 R M *ad* 2 N F ♎ 4 N F *ad* 2 N F ♎ 4 *ad* 2: secunda ratio est, M H *ad* 4 N F ♎ 2 E M *ad* 4 N F: Tertia est, 1 *ad* 1; Quarta est, N F *ad* B N ♎ N F *ad* E M; sed per probl. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logisticæ, ratio composita ex his quatuor rationibus æqualis est rationi 2 N F *ad* 2 N F ♎ 2 *ad* 2 ergo curua superficies corporis Z ad superficiem corporis P = 2 *ad* 2. Rursus per theor. 3. cap. 1. partis 5. Ideæ Logisticæ duæ bases, siue superficies planæ corporis Z *ad* superficiem corporis P, habet rationem compositam ex quatuor rationibus, quarum prima est, 2 E M *ad* 2 N F: secunda est, 4 R M *ad* 4 N F ♎ 4 *ad* 4: Tertia est, 1 *ad* 2; Quarta est, N F *ad* B N ♎ N F *ad* E M; sed per prob. 3. appendicis partis 4. Ideæ Logisticæ, ratio composita ex his quatuor rationibus æqualis est rationi 2 E M *ad* 4 E M ♎ 1 *ad* 2: ergo duæ bases, siue superficies planæ corporis Z *ad* superficiem corporis P = 1 *ad* 2: sed etiam ostensum est superficiem curuam corporis Z *ad* superficiem corporis P = 2 *ad* 2 ergo tota superficies corporis Z *ad* superficiem corporis P = 3 *ad* 2. Vt asseritur in quarta parte.

Ca-

Capitis primi libri secundi Logisticæ problemata vniuersaliter proposita & soluta.

AD gradum 7. capitis præcedentis, agitur de modo vniuersalius proponendi & soluendi problemata magis restricta; ad huius modi declarationem, idem vt ità dicam problema, successiuè tertiò proponitur & soluitur: prius tamen restrictum ad numeros vulgares: deinde, paulò vniuersalius, vt sola proportio numeris vulgaribus expressa sit, atque particularis; denique sub maxima vniuersalitate, vt etiam ipsa proportio sit indeterminata quælibet ex omnibus proportionibus possibilibus. Maximam hanc vniuersalitatem problematis tertio loco propositi, nullatenus impedit, quod proportionis primus terminus exprimatur numero vulgari: etenim licet multæ sint possibiles proportiones, quæ exprimi non possint per duos terminos qui singuli sint numeri vulgares, atque Exempli Gratia talis sit proportio quam habet eiusdem quadrati diameter ad latus, vt constat ex Epistola 4. lib. 1. Epistolarum: tamen ex eadem epistola satis patet, nullam esse possibilem proportionem, quæ exprimi non possit per duos terminos, quorum vnus sit quilibet numerus vulgaris, & alter sit aut numerus denominatus aut numerus radicalis. Ex his manifestum quidem est, maximam vniuersalitatem, prædicti, aliorumue problematum non vitiari, per hoc, quod vnus proportionis terminus exprimatur per numerum vulgarem: atque huiusmodi vulgarem numerum tantum adhiberi ob maiorem commoditatem: tamen vulgaris numerus hoc modo adhibitus, nescio quem scrupulum causauit, in nonnullis currentis anni candidatis Matheseos: non quidem quod optimè non intelligerent, problematum vt iam diximus maximæ vniuersalitati minimè aduersari vulgarem numerum, quo vnus proportionis terminus exprimitur: sed quod ipsis videretur per hoc quodammodo imminui, aut nitorem, aut decorem vniuersalium problematum.

Ne similis aliquis scrupulus offendat alios nostræ Logisticæ studiosos: præterea vt habeant singula problemata capitis primi libri secundi Logisticæ, vniuersaliter proposita ac soluta; singula hic addo, exercitij gratia composita ab huius anni Matheseos candidatis. Quod septimanas impenderint, vt à

 pri-

primis Logisticæ nostræ fundamentis ad eum gradum peruenirent, ad quem spectant vniuersalia problemata, non dico: ne fortassis mihi denegetur fides, asserenti pluribus suffecisse viginti quatuor horarum studium: non quidem successiuè continuatum, sed diuersis diebus per partes subtractum ab alijs occupationibus. De veritate consuli possunt ex Societate Nostra. *Franciscus Antonius Phœbeus. Antonius Franciscus Domenichinus. Petrus Mora. Sigismundus Nigrellus.* Singuli enim Logisticæ studium hoc anno aggressi, exercitij gratia composita mihi exhibuerunt vniuersalia problemata quæ subsequuntur: licet priores duo grauioribus Sacræ Theologiæ: posteriores duo, modernæ atque strepitoso scholarum tribunali adaptatæ Peripateticę philosophiæ studijs, ex professo ità incumbant, vt cũ planè præcipuis de palma contendant.

Problema I.

Ignotarum quantitatum A & B, differentia C, & aggregatum D, cognoscuntur.

Oporteat inuenire quantitates A & B.

Solutio. Supposito quod ignotarum quantitatum A & B minor sit A, per hypothesim maior $B = A + C$: igitur $A + A + C = D$: ergo $2A + C = D$: ergo $2A = D - C$: ergo $A = \frac{D-C}{2}$; igitur ex cognita quantitate D, auferendo cognitam quantitatem C, huius residui dimidium dabit minorem ex incognitis duabus quantitatibus A & B; denique huic minori atque inuentæ quantitati addendo cognitam differentiam C, habetur maior ex quantitatibus A & B, quæ erant inueniendæ.

Supposito casu particulari problematis 1. cap. 1. lib. 2. Logisticæ: $C = 40$. $D = 100$. Ergo $\frac{D-C}{2} = \frac{100-40}{2} = \frac{60}{2} = 30$. Ex quo patet allatam hic vniuer-

salem

ſalem ſolutionem conuenire cum particulari ſolutione propoſita in Logiſtica.

Problema II.

IGnotarum quantitatum A & B, cognita ſit differentia C: præterea A *ad* B = X *ad* Z, atque cogniti ſint termini X & Z.

Oporteat inuenire quantitates A & B.

Solutio. Suppoſito quod quantitatum A & B minor ſit A, per hypotheſim A † C = B: ſed A *ad* B = X *ad* Z: ergo A *ad* A † C = X *ad* Z: ergo A *in* Z = A † C *in* X: ergo A *in* Z = A *in* X *et* † C *in* X: ergo A *in* Z *et* — A *in* X = C *in* X: ergo A *in* Z *et* † A *in* — X = C *in* X: ergo A *in* Z — X = C *in* X: ergo per prob. 4. cap. 5. lib. 1. Logiſticæ, A = $\frac{C \text{ in } X}{Z - X}$; igitur ducendo quantitatem C, in minorem ex quantitatibus X & Z, & hoc productum diuidendo per differentiam quantitatum X & Z: habetur quantitas æqualis minori ex duabus incognitis quantitatibus A & B: atque huic minori quantitati addendo cognitam differentiam C, habetur maior ex duabus quantitatibus A & B, quæ erant inueniendæ.

Suppoſito caſu problematis 2, cap. 1. lib. 2. Logiſticæ. C = 12. X = 2. Z = 3. Ergo $\frac{C \text{ in } X}{Z - X}$ = $\frac{12 \text{ in } 2}{3 - 2}$ = $\frac{24}{1}$ = 24. Ex quo patet, allatam vniuerſalem ſolutionem, conuenire cum ſolutione particulari propoſita in Logiſtica.

Pro-

Problema III.

IGnotarum quantitatum A & B, cognitum sit aggregatum E: præterea cognita sit proportio quam minor quantitas A habet ad maiorem B: atque talis proportio sit X *ad* Z:

Oporteat inuenire quantitates A & B.

Solutio. Per hypothesim E — A = B: sed etiam A *ad* B = X *ad* Z: ergo A *ad* E — A = X *ad* Z: ergo A *in* Z = E — A *in* X: ergo A *in* Z = E *in* X *et* — A *in* X: ergo A *in* Z *et* † A *in* X = E *in* X: ergo A *in* Z † X = E *in* X: ergo per prob. 4. cap. 5. lib. 1. Logisticæ, A = $\frac{E \text{ in } X}{Z + X}$; igitur ducendo quantitatem E in quantitatem X, atque hoc productum diuidendo per aggregatum quantitatum X & Z, habetur minor quantitas A: hanc inuentam minorem quantitatem A auferendo ex cognita quantitate E, habetur quantitas B, maior ex duabus quantitatibus A & B, quæ erant inueniendæ.

Supposito casu problematis 3. cap. 1. lib. 2. Logisticæ. E = 60. X = 2. Z = 3. ergo $\frac{E \text{ in } X}{Z + X}$ = $\frac{60 \text{ in } 2}{3 + 2}$ = $\frac{120}{5}$ = 24. Hinc patet propositam vniuersalem solutionem, conuenire cum solutione particulari, quæ affertur in Logistica.

Pro-

Problema IV.

QVantitas A sit ignota, cognoscantur tamen duæ quantitates B & C, quæ singulæ sint minores quantitate A: præterea cognita sit proportio X *ad* Z, æqualis proportioni quam habet differentia quantitatum A et B, ad differentiam quantitatum A et C.

Oporteat inuenire quantitatem A.

Solutio. Per hypothesim, A − B *ad* A − C = X *ad* Z: ergo A − B *in* Z = A − C *in* X: ergo A *in* Z *et* − B *in* Z = A *in* X *et* − C *in* X: ergo A *in* Z *et* −: A *in* X = B *in* Z *et* − C *in* X: ergo A *in* Z *et* † A *in* − X = B *in* Z *et* − C *in* X: ergo A *in* Z − X = B *in* Z *et* − C *in* X: ergo A = $\frac{B \text{ in } Z \text{ et} - C \text{ in } X}{Z - X}$; igitur differentia productorum, quorum vnum habetur ex B ducto in Z, alterum habetur ex C ducto in X, diuidendo per differentiam Z et X, producitur quantitas A, quæ erat inuenienda.

Supposito casu problematis 4. cap. 1. lib. 2. Logisticæ, B = 76. C = 4. X = 1. Z 4. ergo $\frac{B \text{ in } Z \text{ et} - C \text{ in } X}{Z - X} = \frac{76 \text{ in } 4 \text{ et} - 4 \text{ in } 1}{4 - 1} = \frac{304 - 4}{3} = \frac{300}{3} =$ 100. Hinc constat propositam vniuersalem solutionem, conuenire cum solutione particulari allata in Logistica.

Pro-

Problema VI.

QVantitas A ſit ignota, cognoſcantur tamen duæ quantitates B et C, quarum prior B ſit minor, poſterior C ſit maior quantitate A: præterea cognita ſit proportio X *ad* Z, æqualis proportioni quam habet differentia quantitatum A et B, ad differentiam quantitatum A et C.

Oporteat inuenire quantitatem A.

Solutio. Per hypotheſim, A – B *ad* C – A = X *ad* Z: ergo A – B *in* Z = C – A *in* X: ergo A *in* Z *et* – B *in* Z = C *in* X *et* – A *in* X: ergo A *in* Z *et* † A *in* X = C *in* X *et* † B *in* Z: ergo A *in* X † Z = C *in* X *et* † B *in* Z: ergo A = $\frac{C \textit{ in } X \textit{ et } \dagger B \textit{ in } Z}{X \dagger Z}$; igitur aggregatum, ex quantitate C ducta in quantitatẽ X, et ex quantitate B ducta in quantitatem Z, diuidendo per aggregatum quantitatum X et Z, habetur quantitas æqualis quantitati A, quæ erat inuenienda.

Suppoſito caſu particulari problematis 6. cap. 1. lib. 2. Logiſticæ, B = 60. C = 180. X = 1. Z = 5. ergo $\frac{C \textit{ in } X \textit{ et } \dagger B \textit{ in } Z}{X \dagger Z} = \frac{180 \textit{ in } 1 \textit{ et } \dagger 60 \textit{ in } 5}{5 \dagger 1} \bumpeq \frac{180 \dagger 300}{6} \bumpeq \frac{480}{6} \bumpeq 80$. Hinc conſtat, allatam ſolutionem vniuerſalem, conuenire cum particulari ſolutione quæ proponitur in Logiſtica.

Problema VII.

Cognita quantitas C diuidenda ſit in duas partes A et B, ita vt $\frac{A}{X} + \frac{B}{Z} = E$: qualeſcunque quantitates cognitas ſignificent ſingulæ litteræ E, X, Z, atque poſſibile ſit quod petitur.

Oporteat inuenire quantitates A & B.

Solutio. Per hypotheſim, $C - A = B$: ſed per hypotheſim $\frac{A}{X} + \frac{B}{Z} = E$: ergo $\frac{A}{X} + \frac{C-A}{Z} = E$; ergo $\frac{A}{X} + \frac{C}{Z} - \frac{A}{Z} = E$: ergo $\frac{A}{X} - \frac{A}{Z} = E - \frac{C}{Z} \bumpeq E - F$ (ſuppoſito quod $\frac{C}{Z} = F$, quam ſuppoſitionem non ex aliqua neceſsitate, ſed ob ſolam commodiorem ſcriptionem placet aſſumere) ſed ex prob. 3. cap. 6. Arithmeticæ ſatis patet, $\frac{A}{X} - \frac{A}{Z} = \frac{Z \text{ in } A}{X \text{ in } Z} - \frac{X \text{ in } A}{X \text{ in } Z} \bumpeq \frac{A \text{ in } Z - X}{X \text{ in } Z}$: ergo $\frac{A \text{ in } Z - X}{X \text{ in } Z} = E - F$: ergo $A \textit{ in } Z - X = E - F \textit{ in } X \textit{ in } Z$: ergo $A = \frac{E - F \text{ in } X \text{ in } Z}{Z - X}$; igitur ex cognita quantitate E, prius auferendo productum ex quantitate C diuiſa per quantitatem Z : atque hoc reſiduum ducendo in productum ex quantitate X ducta in quantitatem Z : denique hoc vltimum productum diuidendo per differentiam quantitatum X et Z : habetur quantitas æqualis quantitati A, quæ eſt vna ex quantitatibus inueniendis; inuentam vero hanc quantitatem A auferendo ex quantitate C, reſiduum æquabitur quantitati B, quæ eſt altera ex duabus quantitatibus inueniendis.

Suppoſito caſu particulari problematis 7. cap. 1. lib. 2. Logiſticæ, $C = 60.E = 14.X = 3.Z = 5.$

adeo-

adeoque $F = 12$. igitur $\frac{E - F \text{ in } X \text{ in } Z}{Z - X} = \frac{14 - 12 \text{ in } 3 \text{ in } 5}{5 - 3} \simeq \frac{2 \text{ in } 15}{2} \simeq 15$: ergo A, hoc eſt vnus ex duobus numeris inueniendis eſt 15 : alter vero B, erit $60 - 15$, hoc eſt 45. Ex quo patet hic allatam vniuerſalem ſolutionem conuenire cum particulari ſolutione in Logiſtica propoſita.

Problema VIII.

Cognita quantitas C diuidenda ſit in duas partes A et B quarum minor A, et differentia ſit D, ita vt $\frac{A}{X} + \frac{B}{Z} = E$: qualeſcunque cognitas quantitates repræſentent ſingulæ litteræ D,E,X,Z : atque poſsibile ſit quod petitur.

Oporteat inuenire quantitates A & B.

Solutio. Per hypotheſim $A + D = B$: ſed etiam per hypotheſim $\frac{A}{X} + \frac{B}{Z} = E$: ergo $\frac{A}{X} + \frac{A+D}{Z} = E$: ergo $\frac{A}{X} + \frac{A}{Z} + \frac{D}{Z} = E$: ergo $\frac{A}{X} + \frac{A}{Z} = E - \frac{D}{Z} \simeq E - F$ (ſuppoſito commoditatis gratia quod $\frac{D}{Z} = F$) ſed ex prob. 3. cap. 6. Arithmeticæ ſatis patet quod $\frac{A}{X} + \frac{A}{Z} = \frac{Z \text{ in } A}{X \text{ in } Z} + \frac{X \text{ in } A}{X \text{ in } Z}$: ergo $\frac{Z \text{ in } A}{X \text{ in } Z} + \frac{X \text{ in } A}{X \text{ in } Z} = E - F$: ergo $\frac{A \text{ in } X + Z}{X \text{ in } Z} = E - F$: ergo $A \text{ in } X + Z = E - F \text{ in } X \text{ in } Z$: ergo $A = \frac{E - F \text{ in } X \text{ in } Z}{Z + X}$: igitur prius ex quantitate E auferendo productum ex quantitate D diuiſa per quantitatem Z, atque productum ex hac ſubtractione ducendo in productum ex quantitate X ducta in quantitatem Z, denique productum ex hac multiplicatione diuidendo per aggregatum quantitatum X et Z, habetur quantitas æqualis quantitati A, quæ eſt minor ex duabus quæſitis quantitatibus;

inuentæ huic quantitati A, addendo cognitam differentiam D, habetur quantitas æqualis quantitati B quæ est maior ex duabus quantitatibus inueniendis.

Supposito casu particulari problematis 8. cap. 1. lib. 2. Logisticæ, $C = 348$. $D = 84$. $E = 98$. $X = 3$. $Z = 4$: adeoque $F = 21$: igitur $\frac{E - F \text{ in } X \text{ in } Z}{X + Z} = \frac{98 - 21 \text{ in } 3 \text{ in } 4}{3 + 4} \bumpeq \frac{924}{7} \bumpeq 132$: ergo minor quantitas A est 132: ergo $B = 132 + 84 \bumpeq 216$. Ex quo patet hic allatam vniuersalem solutionem conuenire cum solutione particulari proposita in Logistica.

Problema IX.

INueniendæ sint duæ quantitates A & B quarum minor sit A, differentia vero sit D, ita tamen vt $\frac{B}{X} - \frac{A}{Z} = E$, qualescunque cognitas quantitates repræsentent singulæ litterę D, E, X, Z: atque possibile sit quod petitur.

Oporteat inuenire quantitates A & B.

Solutio. Per hypothesim $A + D = B$: sed etiam per hypothesim $\frac{B}{X} - \frac{A}{Z} = E$: ergo $\frac{A + D}{X} - \frac{A}{Z} = E$: ergo $\frac{A}{X} + \frac{D}{X} - \frac{A}{Z} = E$: ergo $\frac{A}{X} - \frac{A}{Z} = E - \frac{D}{X}$: sed $\frac{Z \text{ in } A}{X \text{ in } Z} - \frac{X \text{ in } A}{X \text{ in } Z} = \frac{A}{X} - \frac{A}{Z}$ vt satis patet ex prob. 3. cap. 6. Arithmeticæ: ergo $\frac{Z \text{ in } A}{X \text{ in } Z} - \frac{X \text{ in } A}{X \text{ in } Z} = E - \frac{D}{X} \bumpeq E - F$: (supposito quod $\frac{D}{X} = F$) sed $\frac{Z \text{ in } A}{X \text{ in } Z} - \frac{X \text{ in } A}{X \text{ in } Z} = \frac{A \text{ in } Z - X}{X \text{ in } Z}$: ergo $\frac{A \text{ in } Z - X}{X \text{ in } Z} = E - F$: ergo $A \text{ in } Z - X = E - F \text{ in } X \text{ in } Z$: ergo $A = \frac{E - F \text{ in } X \text{ in } Z}{Z - X}$. Igitur prius ex quantitate E auferendo productum ex quantitate D diuisa per quantitatem Z, atque productum ex hac subtractione ducendo in productum ex quantitate X ducta in quan-

quantitatem Z: denique per has operationes inuentam quantitatem diuidendo per differentiam quantitatum X & Z, habebitur quantitas æqualis quantitati A, quæ est minor ex duabus quantitatibus inueniendis: inuentæ huic quantitati A addendo cognitam inueniendarum quantitatum differentiam D. habebitur quantitas æqualis quantitati B quæ est maior ex duabus inueniendis quantitatibus.

Supposito particulari casu problematis 9.c.1.lib.2. Logisticæ, D = 12. E = 9. X = 3. Z = 4, adeoque F = 4. Igitur $\frac{E - F \text{ in } X \text{ in } Z}{Z - X} = \frac{9 - 4 \text{ in } 3 \text{ in } 4}{4 - 3} = \frac{5 \text{ in } 3 \text{ in } 4}{1} = 60$: ergo minor quantitas A est 60: maior vero quantitas B est 60 † 12, hoc est 72. Hinc iterum patet allatam vniuersalem solutionem conuenire cum particulari solutione proposita in Logistica.

Nota. Vt in exemplis melius appareat, & sensus, & vsus regulæ, quæ proponitur capite 9. lib. primi Logisticæ: ibidem libro secundo afferuntur varia problemata; hæc tamen singula tantum proposita sunt in casibus aliquibus speculatiuis; alia ad eumdem finem seruientia problemata contenta parte septima ideæ Logisticæ, proponuntur in casibus practicis. Hoc posteriori modo proposita problemata, plerumque magis arridere consueuerunt Matheseos candidatis; si hanc aliamue ob causam, desiderentur ad casum practicum restricta singula vniuersalia problemata hic proposita in casu speculatiuo: sufficit imitari titulum problematis 23. partis 7. ideæ Logisticæ: ad cuius imitationem, problema 9. quod hic vltimum locum tenet, in hunc modum posset proponi.

In Epistola ad me scripta hæc habentur. *Ex numeris, A,B,D,E,X,Z: priores duo numeri A & B deleti sunt: reliqui à me legi possunt, alteri indicari non possunt: scio tamen numerum A esse minorem numero B, & numerum D esse differentiam numerorum A & B: quodque productum ex numero A diuiso per numerum Z, auferendo ex producto quod oritur ex numero B diuiso per numerum X, residuum sit æquale numero E. Quæro, an, vel quomodo per solum vulgarem Arithmeticam mihi notum, ex*

co-

cognitis mihi numeris, D, E, X, Z, possim inuenire duos reliquos numeros A & B, quos cognoscere mea magni interest.

Ad propositum problema respondeo, rescribi posse, vt prius ex numero E, auferat productum ex numero D diuiso per numerum Z: deinde productum ex hac subtractione, ducat in productum ex numero X ducto in numerum Z; denique hoc modo inuentum numerum diuidat per differentiam numerorum X & Z; quod ex hac vltima diuisione productus numerus, erit numerus A minor ex desideratis duobus numeris: cui addendo numerum D, habebit numerum B maiorem ex duobus numeris qui erant inueniendi.

Quod hic diximus rescribi posse ad propositum quæsitum, non differt ab eo quod discursu Logistico infertur in solutione 9. problematis vniuersalis; in quo propositus casus speculatiuus, conuenit cum casu practico qui hic proponitur; atque ex hoc exemplo satis facile colligi potest, quomodo reliqua vniuersalia problemata paulò antè proposita in casibus speculatiuis, proponi possint in casibus practicis.

AD MAIOREM DEI GLORIAM.

Errata

Errata	ſic Corrige
In Epiſt.ad lect.pag.2.lin.8. indigetantem	indigitantem
pag. 1. linea 25. ſuppellectile	Supellectile
pag. 6. lin. 5. partem	partim
pag. 10. lin. 24. noſtri methodi	noſtræ methodi
pag. 14. lin. 34. diuerſus à proportionibus	diuerſas à proportionibus
pag. 26. fig. 33. ideæ	fig.33. vel 31.ideæ
pag. 43. lin. 7. queſtio inſtituta	quæſtio inſtituta
ibidem lin. 29. ſpeciei conueniat	ſpecie conueniat
pag. 58. & ſequentibus vbi ad marginem fig. 1.	fig. 2. Ideæ
pag. 96. lin. 35. varias ab cauſas	varias ob cauſas
pag. 100. lin. 3. *ad* A B.2. † D C 2	*ad* A B 2 † B C 2
pag. 106. lin. 32. cotporis	Corporis

Poſt folium ſignatum littera N immediate ſequitur folium ſignatum littera P.

Figuræ Ideæ Logiſticæ huic opuſculo apponuntur, vt in promptu ſint ſingulæ quę citantur.